~~O. III. 61~~

Res.
o,
21

Ueber

die zweckmäßigſte und zuverläßigſte

Methode

groſſe Waldungen

zu

meſſen, zu zeichnen und zu berechnen.

Von

G. A. Däzel,

öffentlichen Lehrer der Mathematik und Forſt-
wiſſenſchaft zu München.

BIBLIOTHECA BAMBERGENSIS

Mit zwey Kupfern und Tabellen.

München,
bey Joseph Lindauer, 1799.

Nro. 1701.

Ueber die zweckmäßigſte und zuverläßigſte Methode groſſe Waldungen zu meſſen, zu zeichnen und zu berechnen.

Imprimatur.

München im kurfürſtl. Cenſur-Collegio den 10. Okt. 1798.

Reichsfreyherr von Schneider auf Negelsfürſt, Direktor.

Regiſt. Fol. 197.

Von Schmöger.

Vorrede.

Man iſt nun über den Satz, daß Wälder vermeſſen werden ſollen, faſt allgemein einig. Kaum ſah man die Nothwendigkeit ein, die Verbeſſerung der Forſtwirthſchaft mit Vermeſſung der Waldungen anzufangen, ſo ward in größern und kleinern Provinzen Deutſchlandes ſchon zur ſelben geſchritten; ſo mächtig wirkte dieſe Wahrheit auf die Gemüther einiger Groſſen.

Kein Fürſt that dieſen Schritt, ohne ſich wegen des Wie? bey Sachverſtändigen Raths zu erhohlen; allein nicht jeder war ſo glücklich, mit ſeiner Wahl auf den Mann zu fallen, der zugleich gründliche und vollſtändige Kenntniß von der Sache beſaß, um gut rathen zu können, und es redlich mit der Staatskaſſe meynte, um auch zu wollen. Daher kam es in der Folge, daß man hier das Ziel nicht traf, und dort die Scheibe ganz verfehlte.

Die Forſtplane tragen überall das Gepräge des rathenden Mannes an ſich. Ueberhaupt ſind ſie faſt in allen Orten mehr oder weniger unvollſtändig ausgefallen, in den meiſten unrichtig und unvollſtändig zugleich; nur in wenigen wußte man in ſelbe Richtigkeit zu bringen, und in den wenigſten auch Richtigkeit mit Vollſtändigkeit zu paaren.

Der Mann, welcher in dieſem Geſchäfte ſeinem Fürſten gut rathen ſoll, muß nicht Forſtmann allein, auch nicht allein Ingenieur, ſondern Forſtmann und Ingenieur zugleich,

gleich, und überdieß noch in hohem Grade rechtſchaffen ſeyn. Der Ingenieur ſorget nur für die Richtigkeit der Kontour und des Flächeninhaltes im Ganzeu, nicht auch für das, zur Bewirthſchaftung der Waldungen nöthige Detail. Dagegen ſucht der Forſtmann, von der Nützlichkelt und Nothwendigkeit überzeugt, das vollſtändigſte Detail in die Plane zu bringen; ob auch richtig? iſt er, aus Mangel des mathematiſchen Sinnes, unbeſorgt. Offenbar haben alſo die Plane des Ingenieurs die Eigenſchaften, welche denen des Forſtmannes mangeln. Und daher iſt es außer Zweifel, daß der, welcher die Vermeſſung leiten ſoll, die Kenntniſſe des Ingenieurs und Forſtmannes in ſich vereinigen müſſe, und nur als ſolcher den Planen Richtigkeit und Vollſtändigkeit zu geben im Stande ſey. Allein wie ſelten ſind Männer, welche Wiſſenſchaften, die bisher in gar keiner Verwandtſchaft zu ſtehen ſchienen, zuſammen beſitzen?? — So ſelten nun dieſe ſind, ſo ſelten ſind auch ganz vollkommene, richtige und vollſtändige Forſtplane.

Hat aber der Mann, welcher das Geſchäft leiten ſoll, nicht nur die hiezu erforderlichen Kenntniſſe nicht, ſondern noch über dieß auch kein wahres Ehrgefühl, keine Liebe für das allgemeine Beſte, um wenigſt ſo viel zu leiſten, als in ſeinen Kräften ſtünde; ſo iſt es um das Geſchäft vollends geſchehen, und alles darauf verwandte Geld ſo viel als verlohren. Er ſieht nämlich dieſe Verfügung des Regenten, wie ſo manche andere, nur von der Seite, von welcher ſie für ihn, ſeine Freunde und Klienten eine Quelle von reichlicherm Einkommen werden dürfte, und in ſo fern bey Anſtellung der Arbeiter und Gehilfen mehr auf perſönliche Verhältniſſe, als auf Geſchicklichkeit, unterwirft ſie eben darum auch keiner, oder doch keiner hinlänglichen ſcharfen Prüfung. — Die Folge von alle dem iſt, daß der Staat für gutes Geld die ſchlechteſten Plane erhält, und in die Nothwendigkeit verſetzt wird, frühe oder ſpät, wenn der Fehler wird entdeckt worden ſeyn, die Arbeit wieder von vorn anzufangen. Noch nicht genug! Wohin dann immer der Ruf von Vereitelung dieſer wohlthätigen Anſtalt kömmt, wird zugleich Miß-

trauen

trauen eingepfropft, und faſt allgemein die Vermuthung erregt, daß Forſtplane mehr koſten, als ſie nützen; daß auch die beſten nicht zuverläßig ſeyen, und man nie ſichern Gebrauch davon machen dürfe. Nun glaubt man durch fremden Schaden klug werden zu müſſen, und will daher den Schritt nicht wagen, der ſeinem Nachbarn ſo ſehr mißglückte. — Und ſo wird dieſer ſonſt gemeinnüzigen Anſtalt der Eingang in manches Land um ein ganzes Menſchenalter länger verſagt.

Aber von dem liegt der Grund nicht in der Leitung des Geſchäftes allein, oder in dem, der ſelbe über ſich hatte; auch die, welchen die Ausführung oblag, tragen groſſen Theils die Schuld der öfters mißlungenen Vermeſſung. Leute von den verſchiedenſten Metiers drängen ſich in dieſes Geſchäft ein. Wer immer nur eine gerade Linie auf dem Papier rein ausziehen, etwa auch noch leſerlich ſchreiben kann, der glaubt ſchon zum Feldmeſſer berufen zu ſeyn. Zeichnung und Handſchrift ſind alles, was ſie empfiehlt, und dennoch nehmen ſie zuweilen mächtige Nicht-

kenner

kenner ſo ſehr für ſich ein, daß ſie ohne weitere Prüfung von denſelben zu Feldmeſſern angeſtellt werden. Ich ſelbſt kenne einen und den andern, der die Zeichnungskunſt bey dem Feldmeſſer für ſo weſentlich hält, daß er glaubt, der Zeichner möchte eher ohne Geometrie, als der Geometer ohne Zeichnung ein Feld aufzunehmen im Stande ſeyn. Wie viele von denen, welche Feldmeſſer brauchen, wiſſen, daß dieſe nebſt der Zeichnung auch der Geometrie und Trigonometrie, und ſelbſt noch einiger andern Hilfswiſſenſchaften kündig ſeyn ſollen? Man ſollte es nicht glauben, daß auch recht ſehr vernünftige Männer, ſolche nämlich, welche in ihrer Jugend gar keinen Unterricht in der Mathematik genoſſen, in dem falſchen Wahne ſtehen, daß man die Güte (Richtigkeit und Vollſtändigkeit) eines Planes aus der Zeichnung beurtheilen könne. Ein ſolcher war der, welcher vor etwa zehn Jahren mich fragte, ob eine gewiſſe Flurkarte, die er mir zu gleicher Zeit zum Sehen darreichte, gut ſey, oder nicht? — Plan iſt Bild, iſt ſinnliche Vorſtellung eines Stückes Erdfläche: wer kann ſagen, daß das Bild wohl getroffen ſey, wenn er den Gegenſtand

des

des Bildes nicht kennt? wenn er nicht Zeit und Muſſe hat, Bild und Gegenſtand mit einander zu vergleichen? Ein Plan kann muſterhaft gezeichnet, und doch, in Hinſicht auf Richtigkeit und Vollſtändigkeit, ſehr mangelhaft ſeyn. Die äſtethiſche und geometriſche Vollkommenheit eines Planes ſind ganz verſchiedene Dinge; dieſe iſt ihm ganz weſentlich, jene nur zufällig eigen; jene verſchaffet ihm nur das äußere Anſehen, dieſe aber beſtimmt ſeinen innern Werth; beyde verhalten ſich ganz ſo, wie typographiſche Schönheit und Inhalt eines Buches ſich zu einander verhalten. —

Hätten von jeher Männer, welche in öffentlichen Aemtern ſtanden, richtigere Begriffe von der Feldmeßkunſt gehabt, es würden nicht ſo viele Leute von weniger als mittelmäßigen Talenten, und leer an mathematiſchen Kenntniſſen, dummdreiſt derſelben ſich angemaßt haben, und in der Folge einige Tauſend der auffallendſten Ungerechtigkeiten weniger begangen worden ſeyn. — Warum duldet man die juridiſchen und mediziniſchen Stümper nicht, und duldet doch die geometriſchen?

Dieſes

Dieſes iſt die ſkizzirte Geſchichte der Waldvermeſſung in mehrern Gegenden unſers Deutſchlandes. — Das Uebel iſt aufgedeckt; aber nun das Gegenmittel? — Schon genug! Die Sonne, die uns aufgegangen, wird endlich in ihrem Tagebogen auch die höchſte Stelle erreichen. Man muß die Fehler rügen, wenn man will, daß ſie verbeſſert werden ſollen. Erkenntniß des Fehlers iſt ſchon ein Schritt zur Verbeſſerung. Der Weg zur Wahrheit iſt nicht ſchon gebahnet; er muß es erſt durch die vielen Fußtritte derer werden, die ihn wandern; und hier ſind ſelbſt die Verirrungen einiger lehrreich, und warnende Beyſpiele für andere. Alles geht ſeiner Vervollkommung, aber langſam, entgegen. Lehrer und Schriftſteller rückten uns auf den Punkt hin, wo wir nun ſtehen; ihre fortgeſetzten Bemühungen für das allgemeine Beſte werden uns vollends zum Ziele führen. Schon haben ein Pickel, Rudolph und Moſer mit eigenen Abhandlungen über die Vermeſſung groſſer Waldungen, deren Verzeichnung und Berechnung das Publikum beſchenket. Ich bin entſchloſſen zu gleichem Endzwecke auch mein Scherfchen beyzutragen, und vornehmlich zu der Schrift des Herrn

Prof. Pickel einige nicht unbedeutende Zuſätze zu machen.

Es wird in der Pickelſchen Schrift der Meßtiſch als untauglich zur Vermeſſung der Waldungen verworfen, und an deſſen Stelle der Winkelmeſſer empfohlen, auch umſtändlich gezeigt, wie die Winkel am Umfange gemeſſen und aufgetragen, und die verzeichnete Figur berechnet werden möge; alles mit der, dem Herrn Prof. ganz eigenen mathematiſchen Pünktlichkeit. Von dieſer Methode, wie von der ähnlichen ältern des Franzoſen Quiot habe ich ſchon vor 10 Jahren Gebrauch gemacht, und um die Zeichnung noch mehr zu erleichtern, die vielſeitige Figur einer Waldung in eine einfachere, leicht zu verzeichnende Grundfigur aufgelöſet, und dann ſelbe bey Verzeichnung der Hauptfigur als Grundlage gebraucht. Die jedesmalige Anwendung dieſer Methode iſt leicht für den ſelbſtdenkenden Forſtmeſſer, aber für den, welcher nur mechaniſch, und nach Vorſchriften zu arbeiten gewohnt iſt, dergleichen es mehrere giebt, ſchwer und irrſam. — Daher verſuchte ich es dieſe verbeſſerte Quiotſche Methode auf

eine

eine allgemeine Formel zu bringen. Durch ein glückliches Ohngefähr erhielt ich die zwey Grundgleichungen, aus welchen der berühmte Petersburger Aſtronom, Hr. Prof. Lexell ſeine Polygonometrie ſo vortreflich zu entwickeln wußte. Nun dieſe zwey Grundgleichungen, und eine daraus abgeleitete dritte ſetzen uns in Stand, jede aus dem Umfange gemeſſene Waldung mit aller möglichen Richtigkeit, auf eine ganz leichte Art, zu verzeichnen und zu berechnen.

Der Herr Forſtmeſſer Neebauer hat dieſes Jahr, nach der verbeſſerten zweyten Methode, den Anzinger, wie voriges, nach der verbeſſerten erſten, den Höhenkirchner Forſt, mit beyſpielloſem Fleiße, und aller nur möglichen Richtigkeit verzeichnet und berechnet; um ſo weniger läßt ſich die Ausführbarkeit im Geringſten mehr bezweifeln.

Nicht ſo ſehr wegen der Neuheit, als der ungemeinen Brauchbarkeit, welche dieſe Methode bey Verzeichnung und Berechnung groſſer Waldungen gewähret, entſchloß ich mich ſelbe den jungen, für das Gute noch empfänglichen Feldmeſſern mitzutheilen. Es

ſollte

ſollte aber dieſe Schrift zunächſt auch zu Vorleſungen dienen; deßwegen, und weil ich mich noch über eines und anderes gerne mittheilen wollte, iſt ſie etwas weitläufig gerathen, und weitläufiger, als zur Erreichung meiner vornehmſten Abſicht, die verbeſſerte Quiotſche Methode in Umlauf zu bringen, eben nöthig geweſen wäre. Dieſe zweyte Abſicht zn erreichen, ſuchte ich dem Werkchen ſo viele Vollſtändigkeit zu geben, als, ohne das von andern Geſagte weitläufig zu wiederhohlen, möglich war.

Die Vermeſſung der Waldungen aus dem Umfange, in wie fern dieſelbe vermittelſt des Winkelmeſſers geſchieht, gehört zwar nur allein in meinen Plan, doch konnte ich nicht umhin, wenigſt oberflächlich, zu zeigen, wie auch die größern und kleinern Abtheilungen vermeſſen werden mögen. Dem Leſer, bey welchem ich ohne dieß ſchon mehrere Kenntniß * vorausſetze, genügen dieſe Winke, und die Zuhörer werde ich durch mündliche Erläuterungen für dieſe Kürze ſchadlos zu halten ſuchen.

Ich

* Meine Anfangsgründe der Goniometrie werden die Leſung dieſer Schrift, ſo viel möglich iſt, erleichtern.

Ich wünſche, daß dieſe Schrift dem fähigen, lehrbegierigen, jungen Feldmeſſer zum tiefern Nachdenken Anlaß geben, auch mehr Richtigkeit in ſeine Arbeiten zu bringen, ein kräftiger Antrieb ſeyn möge.

München den 24. September 1798.

Der Verfaſſer.

Einleitung.

Gewöhnlich ſucht man durch Vermeſſung der Waldungen eine zweyfache Abſicht zu erreichen; die eine iſt, ſich ſeines Eigenthumes zu verſichern, die andere ſich die Bewirthſchaftung und derſelben Leitung zu erleichtern. Jene fordert, daß die Waldung nach ihren Seiten und Winkeln am Umfange allein, dieſe, daß ſie auch nach ihren innern Abtheilungen, die oft ſehr mannigfaltig ſind, vermeſſen werde. Selten genüget ſchon die Meſſung des Umfangs, gewöhnlich muß damit noch die Meſſung des Details, deſſen mehrere Richtigkeit gar ſehr von ſelber abhängt, verbunden werden. Und dieß mag zugleich die Urſache ſeyn, warum man hie und da der Meſſung des Umfangs mehr Aufmerkſamkeit ſchenket, als bisher Brauch war.

Jede dieſer beyden Meſſungen muß nach eigenen Methoden, und mit beſondern Werkzeugen geſchehen. Die Größe der Waldung, und der geforderte Grad der Richtigkeit beſtimmen ſowohl die Methode, als das zu deren Ausübung benöthigte Werkzeug. Iſt die Waldung groß, und es wird gefordert, daß der Flächeninhalt des Ganzen mit ſehr viel Genauigkeit beſtimmt werde, ſo iſt der Gebrauch des Meßtiſches ſicher nicht anzurathen. Die vielen Seiten und Winkel, und beſonders die vielen kleinen Wendungen der Gränzlinie geben zu unvermeidlichen Fehlern Anlaß, zu Fehlern, die zwar nicht ſchon einzeln, aber doch, der ſtäten Anhäufung wegen, in ihrer Summe öfters gar groß und merkbar ausfallen. Und dieſer Anhäufung der Fehler ſind in Wäldern nicht ſo leicht, als auf Wieſen Schranken zu ſetzen; die dichte ſtehenden, und auch dichte belaubten Bäume rauben dem Feldmeſſer die Gelegenheit, zur Prüfung ſeiner Arbeiten, von Zeit zu Zeit Diagonale zu viſiren; und die zu eben der Abſicht dienlichen Richtpunkte laſſen ſich nicht überall um die ganze Waldung herum feſtlegen. Allein bey kleinen Waldungen iſt der Gebrauch des Meßtiſches ſchon weniger irrſam, in eben dem Maaße, in welchem die Zahl der Seiten und Winkel nun kleiner iſt. Sind noch überdieß die Wendungen größer, befördern Geräumte das Viſiren der Diagonale, und laſſen ſich innerhalb, oder außerhalb des Waldes Richtpunkte feſtlegen, ſo fällt wegen der nun möglichen Prüfung, die Gefahr merklich zu fehlen faſt gänzlich weg.

Wenn

Wenn gleich aber unter den eben erwähnten Bedingungen der Meßtiſch, der Richtigkeit der Zeichnung unbeſchadet, ſich gut brauchen läßt, lernen wir doch durch ihn die Größe der Winkel in Graden immer nur ſehr unvollkommen, und oft gar nicht kennen, wenn nämlich die kurzen Seiten die Anlegung des Transporteurs zu ſehr erſchweren. Es iſt alſo da nur der Winkelmeſſer zu brauchen, wo man die Winkel, bis auf 3 oder 4 Minuten richtig, zu beſtimmen nöthig hat. Und ſo genau muß man ſchon, um ſich des Eigenthums zu verſichern, die Größe der Winkel kennen, weil es nicht genüget blos die Länge der Seiten zu wiſſen, wenn mehr als drey aufeinander folgende Eckpunkte, welche die verlornen Markſteine bezeichnet hatten, wieder aufgefunden werden ſollen; und zwar ohne alle Rückſicht auf die mehrere oder mindere Größe einer Waldung. Aber nicht weniger nöthig iſt dieſe genaue Kenntniß der Winkel zur Berechnung des Inhalts ſelbſt. Wo dieſer nur aus gezeichneten, nicht unmittelbar gemeſſenen oder berechneten Linien abgeleitet wird, muß allemal der gefundene Inhalt von dem zu findenden wahren ſehr verſchieden ausfallen. Und in dieſer Hinſicht ſteht der Meßtiſch dem Winkelmeſſer, die geometriſche Meſſung der trigonometriſchen, auch unter den günſtigſten Umſtänden für jenen immer nach. — Daraus mag man es ſich auch erklären, warum Feldmeſſer, welche eine und dieſelbe Waldung zu verſchiedenen Malen vermittelſt des Meßtiſches in Grund legten, in der Beſtimmung des Inhaltes ſo ſehr von einander abweichen. — Der Inhalt der Gränzen ſoll auch ſchon darum, ſo viel möglich, richtig berechnet

 ſeyn,

ſeyn, weil nach demſelben der beſonders berechnete Inhalt jeder einzelnen Abtheilung, damit die Summe der Theile dem Ganzen gleich werde, verhältnißmäßig vermehrt oder vermindert werden muß. Was immer alſo bey Vermeſſung des Umfangs unſere Abſicht ſeyn mag, ſollte es doch allemal nur den Winkelmeſſer hiezu zu brauchen erlaubt ſeyn. Und deßwegen ward auch vor etwa zwey Jahren von der baieriſchen Forſtkammer in München die Verfügung getroffen, daß künftig die landesherrlichen Waldungen, aus dem Umfange, nur mit dem Winkelmeſſer gemeſſen werden ſollen.

Weniger Richtigkeit fordert die Meſſung des Details, und mag eben darum auch mit weniger ſcharfen Werkzeugen, als der Winkelmeſſer iſt, vorgenommen werden. Die nun weniger richtigen Meſſungen werden durch die vorausgegangene möglich richtige Meſſung des Ganzen zuſammen gehalten, und, indem die Theile einige Punkte und Linien mit dem Ganzen gemein haben, die Anhäufung und Fortpflanzung der wiſſentlich begangenen kleinen Fehler zu Genüge verhindert.

Das Detail begreift oft gar mancherley in ſich. Jede größere Waldung, wenn der Plan auch zum wirthſchaftlichen Gebrauche dienen ſoll, muß in Diſtrikte, jeder Diſtrikt in Klaſſen, getheilt werden. Die **Diſtrikte** ſind größere Theile der Waldung von natürlichen oder künſtlichen Gränzen eingeſchloſſen; ſie ſollen zwar nur reines Holz von gleicher Gattung und Art, können aber auch gemiſchtes enthalten. Theile

eines

eines Diſtrikts mit Holz von gleichem Alter, oder vielmehr von einer und derſelben Periode des Alters, beſtanden, heiſſen **Klaſſen.** Liegt alles zu einer Klaſſe gehöriges Holz nicht zuſammen, ſondern auf abgeſonderten Plätzen zerſtreut, ſo werden dieſe **Parthien** genannt. Aber auch die Parthien zerfallen noch ferner in kleinere Theile (**Diviſionen**), welche Holz von gleichem Wachsthume, und dieſe wieder in andere (**Subdiviſionen**), welche Holz von gleichem Beſtande enthalten. Zählt man zu dieſen verſchiedenen Abtheilungen noch die **Blößen** und **leeren Schläge**, ſo kann man alle zuſammen das **veränderliche Detail** nennen, im Gegenſatz des **unveränderlichen**, das, nebſt den ganzen Diſtrikten, die zum Holzboden nicht gehörigen Theile des Waldes in ſich begreift.

Jedes Detail läßt ſich wieder zweyfach denken, und in das **größere** und **kleinere** abtheilen. Ueberhaupt ſoll das größere Detail mit ſchärfern, das kleinere mag, und ſoll zum Theil, auch mit minder ſcharfen Werkzeugen gemeſſen werden. Das größere Detail überhaupt, wohin ich die Diſtrikte, Klaſſen, Parthien, leeren Schläge und Blößen rechne, und auch das unveränderliche kleine ſoll man mit dem Meßtiſche, das veränderliche kleine aber, die Diviſionen und Subdiviſionen mit der Bouſſole, und allenfalls auch nur mit der Kette allein aufnehmen. Wie nämlich nicht alles ohne Unterſchied mit dem Winkelmeſſer aufgenommen werden darf, ſo muß auch nicht alles mit dem Meßtiſche gemeſſen werden, und zuweilen genügen auch

noch minder genaue Werkzeuge. Ueberhaupt muß der Zweck der Meſſung, und die Beſchaffenheit deſſen, was gemeſſen werden ſoll, die Wahl der Werkzeuge beſtimmen.

Ordnung und Deutlichkeit fordern, daß dieſe verſchiedenen Meſſungsarten von einander getrennt, und abgeſondert vorgetragen werden: und daher ſoll hier zuerſt von der Meſſung des Umfangs, dann erſt von der des Details, wieder in beſtimmter Ordnung, und ſo kurz, als möglich, gehandelt werden.

Ich habe Grund zu vermuthen, daß nicht alle, welche dieß leſen, mit den trigonometriſchen, und noch die allerwenigſten mit den polygonometriſchen Formeln, von welchen in der Folge wird Gebrauch gemacht werden, hinlänglich bekannt ſeyen. Nun den eigentlichen Fremdlingen in dieſem Theile der Mathematik glaube ich einen ganz weſentlichen Dienſt zu erweiſen, wenn ich dieſe Formeln, doch ohne Beweis, hier voranſchicke.

Trigonometriſche Formeln.

I. Wenn α einen ſpitzigen Winkel bezeichnet, ſo iſt

$\sin. (2\,R - \alpha) = + \sin. \alpha$;

$\cos. (2\,R - \alpha) = - \cos. \alpha$;

$\text{tang.} (2\,R - \alpha) = - \text{tang.} \alpha$,

$\cot. (2\,R - a) = - \cot. \alpha$;

sin.

$\text{ſin.}\ (2\,R + \alpha) = -\ \text{ſin.}\ \alpha;$

$\text{coſ.}\ (2\,R + \alpha) = -\ \text{coſ.}\ \alpha;$

$\text{tang.}(2\,R + \alpha) = +\ \text{tang.}\alpha;$

$\text{cot.}\ (2\,R + \alpha) = +\ \text{cot.}\ \alpha;$

$\text{ſin.}\ (4\,R - a) = -\ \text{ſin.}\ \alpha;$

$\text{coſ.}\ (4\,R - \alpha) = +\ \text{coſ.}\ \alpha;$

$\text{tang.}(4\,R - \alpha) = -\ \text{tang.}\alpha;$

$\text{cot.}\ (4\,R - \alpha) = -\ \text{cot.}\ \alpha.$

II. Es bezeichnen (Fig. 1.) A, B, C die Winkel eines Dreyeckes, und a, b, c die denſelben gegenüber ſtehenden Seiten, ſo iſt

1) $a\ \text{ſin.}\ B = b\ \text{ſin.}\ A.$

* Man kann in dieſer Formel auch für A und a, oder B und b, den Winkel C und die Seite a ſetzen.

2) $$\text{cot.}\ B = \frac{c}{b\ \text{ſin.}\ A} - \text{cot.}\ A.$$

* Iſt der negative Theil größer, als der poſitive, ſo zeigt dieſes an, daß der Winkel B ſtumpf iſt.

** Wenn A ſtumpf iſt, wird cot. A negativ, und muß daher addirt werden.

3) $a = \sqrt{b^2 - 2\,b\,c\,\cos.\,A + c^2}$; oder

$$= \sqrt{b\,c\,\left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b} - 2\,\cos.\,A\right)}.$$

* Die letztere Formel hat vor der erſtern, der bequemen Rechnung wegen, den Vorzug.

** Iſt A ſtumpf, ſo muß der negative Theil addirt werden.

4) $\cos.\,A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,b\,c}$; oder

$\cos.\,\frac{1}{2}\,A = \sqrt{\frac{(b + c + a)\,(b + c - a)}{4\,b\,c}}$; oder

$\sin.\,\frac{1}{2}\,A = \sqrt{\frac{(a + b - c)\,(a - b + c)}{4\,b\,c}}$.

III. Wenn P das aus der Spitze C auf A B gefällte Perpendikel, und S das dem Winkel B anliegende Segment der Grundlinie anzeigt, ſo iſt

$P = \frac{\sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}}{2\,c}$; oder

(wenn man $a + b + c = s$ ſetzt)

$= \frac{\sqrt{s\,(s - 2\,a)\,(s - 2\,b)\,(s - 2c)}}{2\,c}$, und

$S = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2\,c} = \frac{(a + b)\,(a - b)}{2\,c} + \frac{c}{2}$.

Poly=

Polygonometriſche Formeln.

I. Wenn 𝔄 jeden ausgehenden, und 𝔈 jeden eingehenden Winkel eines Vieleckes bedeutet, ſo iſt der äußere Winkel des erſtern $= 2\,R - \mathfrak{A}$, und der des letztern $= 2\,R + \mathfrak{E}$.

II. Wenn n die Zahl der eingehenden Winkel eines Vieleckes, und S die Summe der äußern Winkel überhaupt bedeutet; ſo iſt

$$S = (n + 1)\,4\,R.$$

III. Es bezeichnen (Fig. 2.) A, B, C, D, E, F die äußern Winkel, und a, b, c, d, e, f die mit denſelben zuſammen gehörigen Seiten eines Sechseckes AB, BC, CD, DE, EF, FA, ſo iſt

1) $a\,\text{ſin.}\,A + b\,\text{ſin}\,(A + B) + c\,\text{ſin.}\,(A + B + C) + d\,\text{ſin.}\,(A + B + C + D) + e\,\text{ſin.}\,(A + B + C + D + E) = 0.$

2) $-F = a\,\text{coſ.}\,A + b\,\text{coſ.}\,(A + B) + c\,\text{coſ.}\,(A + B + C) + d\,\text{coſ.}\,(A + B + C + D) + e\,\text{coſ.}\,(A + B + C + D + E)$

$$3) = \text{tang.}\,A = \left\{\begin{array}{l} + b\,\text{ſin.}\,B \\ + c\,\text{ſin.}\,(B + C) \\ + d\,\text{ſin.}\,(B + C + D) \\ + e\,\text{ſin.}(B + C + D + E) \end{array}\right\} : \left\{\begin{array}{l} + a + b\,\text{coſ.}\,B \\ + c\,\text{coſ.}\,(B + C) \\ + d\,\text{coſ.}\,(B + C + D) \\ + e\,\text{coſ.}(B + C + D + E) \end{array}\right.$$

* Es iſt leicht, das Geſetz, das in dieſen Formeln liegt, zu entdecken, und darum die Anwendung

ſelbſt

ſelbſt auf andere Vielecke mit gar keiner Beſchwerniß verbunden.

Dieſe Formeln ſind von ſehr großem Nutzen, und in der Folge werden wir bey Auflöſung verſchiedener Aufgaben davon Gebrauch machen.

Meſſung des Umfangs.

§. 1.

Vorausgeſetzt, daß die zu vermeſſende Waldung vorläufig, wenn ſie es noch nicht war, vermarket worden, iſt ihr Umfang eine geradlinige Figur, und beſteht daher aus Linien und Winkeln. Indem alſo der Umfang gemeſſen werden ſoll, müſſen Linien und Winkel mit eigenen Werkzeugen, und auf eigene Weiſe gemeſſen werden.

Meſſung der Linien.

§. 2.

Linien werden theils unmittelbar, theils mittelbar gemeſſen. Die unmittelbare Meſſung einer Linie geſchieht ganz nach den mechaniſchen Regeln, die mittelbare aber nach ſolchen, welche ihren Grund in gewiſſen Eigenſchaften der Dreyecke haben, und darum geometriſche heiſſen mögen. Die unmittelbare Meſſung iſt, ganz unabhängig von der mittelbaren, ausführbar, aber dieſe iſt nicht auch unabhängig von jener zu gebrauchen, und zuweilen ſelbſt von der Winkelmeſſung nicht, wie ſchon aus dem Begriffe: mittelbar, zu folgen ſcheint.

§. 3.

Zur unmittelbaren Meſſung der Linien bedient man ſich bald der Meßruthe zu 10, bald der Meßkette zu 50 oder 100 landesüblichen Fußen, bald beyder zugleich. Da hier nicht die äußerſte Genauigkeit erfordert wird, ſo mag man ſich mit der Meßkette faſt allein begnügen. Der Gebrauch der Meßkette auf dem ebenen Lande iſt jedem Anfänger in der Feldmeßkunſt bekannt; nur muß ich noch anmerken, daß wenn die Kette bey dem letzten Umſchlage über das Ende der zu meſſenden Linie hinaus reicht, die Zolle des letzten Fußes, auch, wenn die Kette nur bis auf einzelne Fuß oder Ruthen richtig befunden worden, die Fuß der letztern Ruthe, oder die Ruthen des Kettenſtückes, durch Anlegung einer Meßruthe gemeſſen werden. Und in ſo fern mag mit der Meßkette immer noch die halbe Meßruthe, der gewöhnliche Spatzierſtock des Feldmeſſers, verbunden werden.

§. 4.

Noch mehr Fleiß und Aufmerkſamkeit hat der Feldmeſſer in Gebirggegenden zu brauchen. Hier ſteigt und fällt die Erdfläche bald mehr oder weniger ſchnell, bald nur langſam, und beynahe unmerklich. Offenbar darf in Fällen erſter Art die gemeſſene ſchiefe Linie nicht ſtatt der horizontalen, welche unmittelbar nicht meßbar iſt, in den Plan getragen werden; aber auch in Fällen zweyter Art, vornehmlich wenn die Linie ſich ſehr in die Länge zieht, iſt es nicht räthlich eine für die andere zu nehmen; denn obſchon der Unter-

ſchied

ſchied zwiſchen beyden, von einem Markſteine zum andern nicht merklich iſt, wird er es doch im Ganzen durch die ſtäte Anhäufung der vernachläßigten kleinen Fehler.

§. 5.

Viele Feldmeſſer laſſen mit verkürzter Kette bergan und bergab meſſen, und tragen die Summe der ſo gemeſſenen horizontalen Linien in den Plan. Allein geſchweige, daß dieſes ihr Verfahren ſehr irrſam iſt, was ſie aus Mangel der Theorie nicht einſehen, genüget die Meſſung des horizontalen Abſtandes der Markſteine noch keineswegs, ſondern, weil vornehmlich die ſchieſe Entfernung derſelben von einander in dem Gränzvermeſſungsregiſter angeführt werden muß, hat man eben darum ſich auch dieſe durch die Meſſung bekannt zu machen.

§. 6.

Man erhält beyde Linien, die ſchiefe und horizontale, wie mit einem Mal, wenn man jene mißt, und dieſe daraus, und aus dem gleichfalls gemeſſenen Neigungswinkel berechnet.

Z. B. Es halte (Fig. 3.) die gemeſſene ſchiefe Linie AB, 218′, der gemeſſene Neigungswinkel BAC, 7° 30′, ſo iſt die horizontale $AC = AB \cos. A = 218' . \cos. 7^\circ 30'$; oder $\log. AC = \log. AB + \log. \cos. A$

$$= 2{,}3384565 + 9{,}9962686$$
$$= 12{,}3347251 - 10 = 2{,}3347251;$$ alſo

$AC = 216',13$.

§. 7.

Man hat bey der Meſſung des Neigungswinkels zweyerley zu beobachten:

1) Daß der Stand zunächſt am Fuße des Abhanges angenommen, und

2) nach einem ſenkrecht ſtehenden Stabe gleicher Höhe mit dem Werkzeuge, bergan viſirt werde.

Außerdem hat man nicht nöthig in Beſtimmung dieſes Winkels, vornehmlich wenn er nicht über 7 bis 8 Grade hält, gar ängſtig zu ſeyn. Auch die Unebenheiten, welche auf der ſchiefen Fläche ſelbſt, zwiſchen zweyen nächſten Markſteinen, vorkommen, haben keinen Einfluß auf die Meſſung der Linie; und die daher rührenden Fehler ſind ſo unbeträchtlich, daß man auf ſelbe keine Rückſicht zu nehmen braucht.

§. 8.

Aber das, was wir bisher von Reducirung der gemeſſenen ſchiefen Linien auf den Horizont ſagten, iſt nur allein von Linien zu verſtehen, welche in dem Umfange liegen. Bey Vermeſſung des Details mag man ſchon eher des beliebten ſtufenweiſe Meſſens ſich bedienen.

§. 9.

Was man bey noch kleinern Unebenheiten, ſolchen nämlich, welche nicht breiter, als die Kette

lang,

lang, ſind, zu beobachten habe, iſt bekannt, und braucht hier nicht wiederholt zu werden.

§. 10.

Die mittelbare Meſſung der Linien, in wie fern dabey vorausgeſetzt wird, daß nicht nur einige Linien, ſondern auch Winkel gemeſſen worden ſeyen, iſt mit der Meſſung der Winkel zu ſehr verwandt, als daß ſie von derſelben getrennt werden möchte, und muß daher mit ſelber in Gemeinſchaft vorgetragen werden.

Meſſung der Winkel.

§. 11.

Wie alle Linien auf dem Plane, nach dem Begriffe der Aehnlichkeit, denen auf dem Felde proportional ſeyn müſſen, ſo müſſen auch alle Winkel hier wie dort gleich ſeyn, und darum gleichfalls unmittelbar oder mittelbar gemeſſen werden.

§. 12.

Zur unmittelbaren Meſſung der Winkel wird ein künſtliches Werkzeug, das man ſchlechthin den Winkelmeſſer nennt, gebraucht. Der Bau dieſes Werkzeugs, wenigſt dem Weſen nach, wie auch der Gebrauch deſſelben, wird hier, als jedem Feldmeſſer bekannt, vorausgeſetzt. Es ſoll aber der Feldmeſſer, der mit dieſem Werkzeuge arbeiten will, daſſelbe gründlich, nicht oberflächlich kennen; er ſoll wiſſen, wie er es prüfen, und die allenfalls entdeckten Fehler auch verbeſſern möge, und wenn er ſich dem letztern nicht ge-

wachſen findet, lieber gar nicht, als mit einem fehlerhaften Werkzeuge zu arbeiten ſich entſchließen. Iſt es aber gut, ſo ſoll er es auch in gutem Zuſtande zu erhalten ſuchen. — Was kann man ſich von einem Feldmeſſer denken, der in einem einzigen Sommer ein neues, gutes, koſtbares Goniometer bis zur Unbrauchbarkeit übel zurichtet, und weniger dafür, als ein Holzhauer für ſeine Axt, beſorgt iſt?

§. 13.

Es iſt aber kein Werkzeug ſo ganz unverbeſſerlich, auch hat kein Feldmeſſer ſo vollkommene Sinne, keiner ſo groſſen, anhaltenden und ununterbrochenen Fleiß, als in der Theorie vorausgeſetzt wird; und darum iſt auch das Reſultat ihrer Arbeiten immer mehr oder weniger von dem unterſchieden, was man ſich zu Folge der Theorie verſprach. Es ſind einige Fehler, welche theils aus kleinen Unrichtigkeiten des Werkzeuges, theils aus der Unvollkommenheit unſerer Sinne entſpringen, ſo unvermeidlich, als hinwieder andere, welche nur in dem Unfleiße ihren Grund haben, vermeidlich ſind. Dieſe letztern kommen bey Unterſuchung der Zuverläßigkeit, mit der Winkel gemeſſen werden können, in gar keinen Anſchlag; aber auch unter jenen muß in eben dieſer Hinſicht unterſchieden, und die Fehler des Werkzeuges von denen des Auges, und der gleichſam natürlichen Ungeſchicklichkeit Meßwerkzeuge zu behandeln, abgeſondert erwogen werden.

§. 14.

§. 14.

Bey allem angewandten Fleiße begeht der Feldmeſſer, obſchon ganz unwillkührlich, immer einige Fehler; bald verſieht er es in der horizontalen Einrichtung der Scheibe, bald in der Stellung des Fernrohrs, bald in der Schätzung der Theile des Vernier, bald auch in mehrern, oder allen zugleich. Allein theils ſind dieſe Fehler einzeln, wenn man es nur nicht an Fleiß ermangeln läßt, nicht von Belang, theils heben ſie ſich groſſen Theils gegen einander auf, und ſummiren ſich zu keiner merklichen Größe. Weicht ſchon die Scheibe von der horizontalen Ebene 15 bis 20 Minuten ab, beträgt dennoch der daraus ſich ergebende Fehler des gemeſſenen Winkels kaum eine Minute, wenn nicht zugleich die Gegenſtände ſelbſt mehrere Grade über oder unter dem Horizonte ſich befinden, in welchem Falle er freylich vielmal mehr betragen würde. Der aus der Stellung des Fernrohrs kommende Fehler iſt wegen der ungemeinen Feinheit der in Glas geritzten Linien, noch weniger beträchtlich. Und wenn endlich ein Winkel vermittelſt des Vernier ſich von 2 zu 2 Minuten meſſen läßt, auch ſonſt das Werkzeug von guter Hand und fleißig verfertigt worden, wird man in der Schätzung nicht leicht um eine Minute fehlen.

§. 15.

So unwahrſcheinlich es nun iſt, daß dieſe Fehler alle entweder poſitiv oder negativ ſeyen, ſo wahrſcheinlich iſt es im Gegentheile, daß immer einige gegen andere ſich aufheben, und daher ihre algebraiſche

Summe nie viel betragen könne. Am beſten überzeugt man ſich von der Richtigkeit dieſer Behauptung, wenn man die Winkel eines und deſſelben Vieleckes wiederholt mißt, und ſie jedesmal ſummirt; man wird erfahren, daß die gemeſſenen Winkel nur um 1 bis 2 Minuten variren, und ſelbſt die jedesmaligen Summen nicht merklich ſich unterſcheiden.

§. 16.

Aber nicht ſo leicht heben ſich auch die Fehler auf, welche in dem mangelhaften Bau des Werkzeuges gegründet ſind, und von welchen vornehmlich der Künſtler, der dieſes verfertigte, die Schuld trägt. Da ſie nothwendige Wirkungen ihrer Urſache, ein wie das andere Mal mehr oder weniger dieſelben ſind, und lange poſitiv oder negativ bleiben, ſo läßt es ſich nicht begreifen, wie ihre Summe, vornehmlich wenn ſie eine und dieſelbe Unrichtigkeit des Werkzeuges zum Grund haben, alſo gleichartig ſind, will nicht ſagen, unbedingt klein, ſondern auch nur merklich vermindert werden möge.

§. 17.

Es kann ein Werkzeug auf vierfache Weiſe unrichtig ſeyn:

1) Wenn das Fernrohr nicht in einer vertikalen Ebene auf und nieder beweglich iſt;

2) wenn der Rand nicht richtig getheilt iſt;

3) wenn

3) wenn der Vernier nicht den gehörigen Bogen faſſet, und

4) wenn die Alhidade excentriſch läuft.

Und damit giebt es auch viererley Fehler. — So möglich es nun iſt, daß bey Meſſung eines Winkels die Fehler verſchiedener Art einander ſich vermehren, ſo möglich iſt es auch, daß ſie einander ſich vermindern: allein daß ſie ſich gegenſeitig aufheben, und weder auf die einzelnen Winkel, noch deren Summe merklichen Einfluß haben, iſt ſchlechthin unmöglich. — Oder wer darf behaupten mit einem unrichtigen Werkzeuge, ohne vorläufige Verbeſſerung der daher entſtandenen Fehler, je eine richtige Meſſung gemacht zu haben? — Die Fehler des Werkzeuges mögen gleicher oder verſchiedener Art ſeyn; nie findet eine Aufhebung Statt.

§. 18.

Geſchickte Feldmeſſer wiſſen aus der bekannten Eigenſchaft ihres Auges, das Werkzeug indeſſen als vollkommen richtig angenommen, die äußerſte Gränze zu beſtimmen, innerhalb welche der daher entſpringende möglich größte Fehler falle, und eben ſo auch umgekehrt, wenn das Aug unverbeſſerlich ſcharf wäre, aus dem etwas unrichtig befundenen Bau des Werkzeuges das zu berechnen, um was der gemeſſene Winkel von dem wahren abweichen dürfte. Dieſes dient, ſo fern man es für nöthig hält, die gemeſſenen Winkel zu verbeſſern, und dieſes und jenes die Zuverläßigkeit ein-

zuſehen, mit welcher jemand vermittelſt eines gewiſſen Werkzeuges Winkel zu meſſen im Stande ſey.

§. 19.

Aus dieſem Kalkul und der Erfahrung ſelbſt hat ſich ergeben, daß ein Feldmeſſer durch ein ſcharfes Aug, und eine geſchickte, ſanfte Hand, mit einem nicht mittelmäßigen Fleiße verbunden, ſich gegen beträchtliche Fehler hinlänglich verwahren könne. Gewiſſe Vorſichtsregeln ſetzen ihn in Stand, auch weniger beträchtliche Fehler theils zu entdecken, theils und vornehmlich, an Maaß und Zahl zu vermindern. Eben dieſe Vorſichtsregeln mögen nebenher auch dienen einzelne, aus verzeihlicher Unachtſamkeit begangene gröbere Fehler aufzufinden.

§. 20.

Erſte Vorſichtsregel.

Dem fleißigſten Feldmeſſer widerfährt es zuweilen, daß er von einem richtig gemeſſenen Winkel die Grade irrig zählt. Gegen dieſen Fehler, der meiſtens ſehr in das Grobe fällt, verwahrt man ſich leicht, und mit gutem Erfolge, wenn man mit dem Winkelmeſſer eine Bouſſole verbindet, und auf jedem Stande den Winkel mit beyden Werkzeugen mißt, und die Grade, die er auf beyderley Weiſe gemeſſen hat, mit einander vergleicht. Denn ergiebt ſich nun eine Differenz, ſo beweiſet dieß hinlänglich, daß entweder der Winkel auf die eine oder andere Weiſe fehlerhaft gemeſſen, oder doch die Grade irrig gezählt worden ſeyen.

§. 21.

Zweyte Vorſichtsregel.

Die Bouſſole dient noch auf andere Weiſe gröbere Fehler, die etwa im Aufſchreiben oder Leſen der Grade begangen worden, zu entdecken. Bekanntlich iſt die Richtung der Magnetnadel für die kurze Zeit, welche die Meſſung dauert, unveränderlich. Mißt man daher entweder auf jedem, oder auch nur auf jedem zweyten, dritten oder vierten Stande den Winkel, welchen die unveränderliche Richtung der Magnetnadel mit einer Seite des Umfangs macht, ſo verſchaffet dieſes bey der erſten Zeichnung, wo zugleich die Magnetlinien ausgezogen worden, die Verſicherung, daß, ſo fern dieſelben alle parallel laufen, wenigſt kein grober Fehler in den Winkeln Statt habe, im Gegentheile aber, und wenn eine oder die andere Magnetlinie die übrigen Parallelen ſchneidet, einen zuverläßigen Beweis, daß ein ſolcher entweder an dem Stande ſelbſt, durch welchen die nicht parallele Magnetlinie geht, oder doch nahe dabey vorgegangen ſey. Durch Nachmeſſen mag dann der Ort und Betrag des Fehlers näher beſtimmt werden.

§. 22.

Dritte Vorſichtsregel.

Wüßte man gewiß, daß die aus der individuellen Beſchaffenheit des Werkzeuges herrührenden Fehler auf jedem Stande nächſtens an Art und Größe gleich wären, ſo würde die Verbeſſerung der einzelnen Feh-

ler

ler eben ſo leicht ſeyn, als die Entdeckung aller es iſt. Man ſuche ſie alſo, ſo viel möglich iſt, einander gleich zu machen, und meſſe zu dem Ende alle Winkel mit einem und demſelben Bogen des eingetheilten Randes. Aus gleicher Abſicht ſoll man auch bey dem Viſiren die Kippregel ohne Noth ſehr merklich weder auf- noch abwärts drehen, und ſelbſt Fälle, wo dieß öfters nothwendig ſeyn dürfte, zu vermeiden ſuchen.

§. 23.

Vierte Vorſichtsregel.

Bekanntlich erhält man die Summe aller innern Winkel eines Vieleckes, wenn man die, um 2 verminderte Anzahl der Seiten mit 180° multiplicirt. Man meſſe daher, oder ſchreibe vielmehr immer nur die innern Winkel auf, ſo kann man am Ende die Summe der gemeſſenen innern Winkel mit der Summe der wahren, oder dem Produkte aus 180° in die um 2 verminderte Anzahl der Seiten, vermittelſt der Subtraction vergleichen, und daraus ein leichtes Mittel zur Verbeſſerung der gemeſſenen einzelnen Winkel herleiten. Es beſteht darinn:

1) Daß man die Summe der gemeſſenen innern Winkel mit der Summe der wahren vergleicht, und die kleinere von der größern abzieht;

2) die erhaltene Differenz durch die Zahl der Seiten dividirt;

3) die

3) die zum Quotient erhaltenen Minuten zu jedem gemeſſenen Winkel addirt, wenn die Summe der gemeſſenen Winkel kleiner iſt, als die Summe der wahren, oder wenn ſie größer iſt, davon ſubtrahirt;

4) daß man endlich, wenn der Quotient auch Secunden enthält, ſelbe beſonders mit der Zahl der Seiten multiplicirt, und das Produkt durch 60 dividirt, und

5) die ſo gefundene Minutenzahl auf die ſchon einmal verbeſſerten Winkel nur willkührlich und in gleichen Entfernungen, oder aber aus Gründen auf diejenigen allein, bey welchen man ſchon vorläufig gefehlt zu haben glaubte, gleichmäßig vertheilt.

Dieſe Methode die gemeſſenen Winkel zu berichtigen ſetzt voraus, daß alle gemeſſene Winkel um gleichviel größer oder kleiner als die wahren ſeyen, das freylich nicht wahr iſt, doch in dem Maaße wahrſcheinlicher, als die Winkel einander mehr gleich ſind, und immer mehr oder weniger der nämliche Theil des Randes zum Meſſen gebraucht worden; vornehmlich wenn man bey der ſchon früher angeſtellten Prüfung keinen einzelnen groben Fehler entdeckt hat, auch keiner Nachläßigkeit bey Meſſung der Winkel ſich bewußt iſt.

§. 24.

Fünfte Vorſichtsregel.

Große Waldungen, welche vornehmlich mit dem Winkelmeſſer aus dem Umfange aufgenommen werden

ſollen,

ſollen, haben gemeiniglich auch um ſo viel mehrere Seiten und Winkel, als ſie von weiterm Umfange ſind. Nun erſchweret die Vielheit der Seiten und Winkel gar ſehr die Zeichnung, und die, zu deren Behuf vorläufig anzuſtellenden polygonometriſchen Rechnungen; und daher ſoll man dieſelben zu vermindern, ſchon während der Meſſung, keine Gelegenheit verſäumen. Es kann dieß auf mancherley Weiſe geſchehen:

1) Wenn man die ganze Waldung in zwey, drey oder mehrere Abſchnitte theilt, und jeden ſolchen Abſchnitt als ein kleines abgeſondertes Ganzes vermißt.

Damit aber durch eben dieß die Arbeit auf dem Felde nicht vermehrt werde, durch was man ſich die zu Hauſe vermindern wollte, ſoll die Theilungslinie ſo kurz, und ſo wenig gebrochen, als möglich iſt, ſeyn. Wird aus den gemeſſenen Winkeln und Linien, welche die Theilungslinie ausmachen, noch die gerade Linie (Diagonale) von einem Gränzpunkte, zum andern berechnet, ſo ergiebt ſich ein zweyter Vortheil, und die Zahl der Seiten und Winkel wird auch für jeden Abſchnitt insbeſondere beträchtlich vermindert. Dieſer Vortheil iſt von ſolcher Wichtigkeit, daß man auch da, wo ſich keine ſolche gebrochene Theilungslinie darbiethet, ſelbſt aus den, am Umfange gemeſſenen Winkeln und Linien Diagonale berechnen ſollte. Und wenn die hiezu erforderliche Zahl der Winkel und Linien eben nicht groß iſt, behauptet dieſe Methode eine Waldung in Abſchnitte zu theilen, noch vor jener erſtern den Vorzug.

2) Wenn

2) Wenn man lange und ſchmale vorſpringende Theile des Waldes, oder in den Wald ſich ziehende Grundſtücke, von dem Ganzen abſchneidet.

Im erſten Falle muß die Theilungslinie meiſtens berechnet, im zweyten kann ſie auch gemeſſen werden.

3) Wenn man der Stände ſelbſt ſo wenig, als möglich iſt, macht.

Dadurch wird nicht nur die Summe der Fehler vermindert, ſondern die Arbeit auf dem Felde gar ſehr beſchleunigt; weil es gewiß iſt, daß der öftere Gebrauch des Winkelmeſſers aufhält, und Fehler häuft. In dem Maaße aber auf dem Felde die Arbeit beſchleuniget wird, wird hinwieder die zu Hauſe etwas verzögert, da die, mit den überſprungenen Markſteinen zuſammengehörigen Linien und Winkel am Umfange, nun berechnet werden müſſen. Indeſſen lohnet uns der dadurch bewirkte höhere Grad der Richtigkeit reichlich für dieſe mehrere Mühe.

Es können aber die überſprungenen Markſteine auf dreyfache Weiſe an die mit ihnen zuſammengehörige Standlinie angemeſſen werden:

a. Durch gefällte Perpendikel.

Dieſe Methode iſt vornehmlich da anwendbar, wo die zu fällenden Perpendikel nicht über 20 bis 30 Fuß lang ſeyn dürfen, oder, wenn ſie etwas länger ſeyn

müſ-

müſſen, die Durchſchnittspunkte der Perpendikel mit der Standlinie vermittelſt des Meßkreutzes geſucht werden.

b. Durch gemeſſene Dreyecke.

In dieſem Falle müſſen aus den Seiten der angemeſſenen Dreyecke die Längen und Breiten der Markſteine, oder ihre ſenkrechten Entfernungen von dem einen Standpunkte und der Standlinie durch Rechnung beſtimmt werden; und in ſo fern kömmt dieſes Hilfsmittel mit dem vorigen überein, und unterſcheidet ſich nur durch die längern Perpendikel, welche, um davon Gebrauch machen zu können, hier berechnet werden müſſen.

c. Durch gemeſſene Winkel.

Dieſes Mittel kömmt mit den beyden vorigen im Weſentlichen überein, da wieder aus den gemeſſenen Winkeln und der Standlinie die Längen und Breiten der überſprungenen Markſteine berechnet werden müſſen.

Sind nun auf die eine oder andere Weiſe die überſprungenen Markſteine durch ihre gemeſſenen oder berechneten Längen und Breiten gegen die Standlinie feſtgelegt worden, ſo iſt man auch die mit ſelben zuſammengehörigen Gränzlinien und Gränzwinkel zu berechnen im Stande.

§. 25.

Bisher ward noch angenommen, daß jedesmal der Winkelmeſſer ſo über dem Gränzpunkte geſtellt werden könne, daß der Mittelpunkt des eigentlichen Randes in ſenkrechter Linie darüber zu liegen komme. Allein es ereignet ſich öfters, daß man, wenn die Gränzlinien nicht rein gehalten worden, auch nicht gleich gereiniget werden können, ſowohl zum nächſt vorhergehenden, als nachfolgenden andern nicht hinſehen kann. In dieſem Falle, welcher die Arbeit zu Hauſe und auf dem Felde gar ſehr erſchwert, wird das Werkzeug neben dem Markſteine aufgeſtellt, und ſowohl der Winkel am Standpunkte, als die ihn bildenden Standlinien gemeſſen. Aus dieſem (excentriſchen) Winkel, und dieſen Linien wird dann zu Hauſe der (concentriſche) Winkel an dem Gränzpunkte, und die ihn einſchlieſſenden Gränzlinien durch Rechnung (Centrirung) beſtimmt. Von der Entfernung des Standpunkts (Excentricität) von dem Gränzpunkte hängt die Methode ab, welche bey dem Centriren der Winkel zum Grunde liegt. Es wird etwas anders verfahren,

1) wenn die Excentricität ſehr klein, und anders,

2) wenn ſie mehr oder weniger groß iſt.

§. 26.

Zuweilen kann man aus einem Gränzpunkte zwar nach dem nächſten einen, aber nicht auch dem nächſten andern hinſehen. Wenn nun auch dieſer letztere ſich dem Auge in jedem, dem Markſteine gegenüber ange=

angenommenen Punkte entzieht, ſind bald ein bald zwey Zwiſchenſtände nöthig. Auch hier müſſen zwey Fälle unterſchieden werden: Der

1) wo die Zwiſchenſtände der unüberſehbaren Gränzlinie ſehr nahe, und der

2) wo ſie nur mehr oder weniger weit davon angenommen werden können.

Trigonometriſche und polygonometriſche Aufgaben.

§. 27.

Wir haben nun die verſchiedenen Fälle aufgezählt und geordnet, welche bey Meſſung der Linien und Winkel vorkommen, und beſonders diejenigen, wo Linien oder Winkel, oder beyde zugleich mittelbar gemeſſen werden ſollen, von dem, wo die Linien und Winkel am Umfange unmittelbar gemeſſen werden können, ſorgfältig abgeſondert. Es übriget nur noch, daß wir auch die Auflöſungen von dieſen mancherley Aufgaben mittheilen, und durch Beyſpiele erläutern. Indem wir aber dieß thun, behalten wir nicht auch die bisherige Ordnung bey, ſondern ordnen vielmehr die Aufgaben ſo, daß immer die leichtern vor den ſchwerern zu ſtehen kommen.

§. 28.

1. **Aufgabe.** Es ſey (Fig. 4.) BDC ein Gränzwinkel. Man könne aus D weder nach B noch nach

C

C hinſehen, wohl aber aus einem, dem D ſehr nahen Punkte A. Es ſollen der Gränzwinkel BDC, und die ihn einſchlieſſenden Gränzlinien BD und DC gefunden werden.

Auflöſung. Man wähle den Standpunkt A ſo, daß die Linie AD, welche die Excentricität bezeichnet, auf der Standlinie AC ſenkrecht ſteht, und meſſe die Linien AB, AC und AD, und den Winkel BAC. Da der concentriſche Winkel BDC der Summe aus dem excentriſchen BAC und den beyden parallactiſchen Winkeln ABD ACD gleich iſt, ſo kommt alles darauf an, daß dieſe beyden letztern aus den gemeſſenen Linien und Winkeln gefunden werden. Man fälle zu dem Ende (in der freyen Handzeichnung) aus D auf BA, welche auch, wenn es nöthig iſt, verlängert werden mag, das Perpendikel DE, ſo erhält man das kleine Dreyeck ADE, in welchem der Winkel ADE allemal genau ſo viele Grade und Minuten hält, als um viele der excentriſche Winkel BAC größer oder kleiner als 2 R iſt. Es ſey dieſer Winkel $= \beta$, ſo iſt $DE = AD \cos. \beta$, und $AE = AD \sin. \beta$; alſo $BE = AB \pm AD \sin \beta$, und daher

$$\cot. ABD = \frac{AB}{AD \cos. \beta} \pm \tan g. \beta.$$

Auch iſt

$$\cot. ACD = \frac{AC}{AD}.$$

Wer-

Werden die nun gefundenen parallactiſchen Winkel zu den excentriſchen addirt, ſo erhält man zur Summe dem concentriſchen, welcher geſucht ward.

Iſt AD in Vergleichung mit AB und AC ſehr klein, ſo kann man ohne merklichen Fehler DC = AC, und DB = BE = AB $\pm$ AD ſin. β annehmen. Und damit ſind auch die, den ſchon berechneten Winkel einſchlieſſenden Seiten DC und DB gefunden. Im entgegengeſetzten Falle, oder wenn AD in Vergleichung mit den Standlinien größer iſt, als daß man dieſe den Gränzlinien gleich ſetzen dürfte, müſſen die letztern aus den erſtern berechnet werden.

Z. B. Es ſey AB = 264,7; AC = 235; AD = 1,7; BAC = 192° 16′; alſo β = 12° 16′, ſo iſt

log.coſ.12°16′ = 9,9899698
log. 1, 7 = 0,2304489
— 10,2204187
log. 264, 7 = 2,4227539
2,2023352 = log.159,33
tang. 12° 16′ = 0,217
159,547 = cot.21′$\frac{1}{2}$;
ABD = 21′$\frac{1}{2}$.

$\frac{235}{1,7}$ = 138,23 = cot. 24′$\frac{4}{5}$; ACD = 24′$\frac{4}{5}$.

Und

Und daher ADC $= 192^\circ\ 16' + 2'\tfrac{1}{2} + 24'\tfrac{4}{5}$
$= 193^\circ\ 2'$.

$$\begin{aligned} \log.\ \sin.\ 12^\circ\ 16' &= 9{,}3272811 \\ \log.\ 1{,}\ 7 &= \underline{0{,}2304489} \\ & \quad 9{,}5577300 - 10 = \log.\ 0{,}3611. \end{aligned}$$

Demnach BE $= 264{,}\ 7 + 0{,}\ 36 = 265{,}\ 06$;
BD $= 265{,}\ 1$; DC $= 235$.

§. 29.

2. Aufgabe. Man könne, unter eben denſelben Vorausſetzungen, auch aus keinem, dem D (Fig. 5.) ſehr nahen, ſondern nur aus einem mehr oder weniger entfernten Punkte A, nach B und C hinſehen: den Gränzwinkel BDC, und die ihn einſchlieſſenden Gränzlinien BD und DC zu finden.

Auflöſung. Man meſſe aus dem nun mehr oder weniger weit entfernten Standpunkte A, die Winkel BAD und DAC, auch die Linien BA, AC und AD, ſo iſt

$$\cot.\ ABD = \frac{AB}{AD\ \sin.\ BAD} \mp \cot.\ BAD, \text{ und}$$

$$\cot.\ ACD = \frac{AC}{AD\ \sin.\ CAD} \mp \cot.\ CAD; \text{ alſo}$$

$$BDC = BAD + DAC + ABD + ACD.$$

Aus

Aus den nun berechneten Winkeln, und den ſchon vorläufig gemeſſenen Winkeln und Linien laſſen ſich auch die Gränzlinien BD und CD ohnſchwer beſtimmen. Denn es iſt

$$BD = \frac{AD \text{ ſin. } BAD}{\text{ſin. } ABD} \text{ und}$$

$$CD = \frac{AD \text{ ſin. } CAD}{\text{ſin. } ACD}.$$

Z. B. Es ſey AB = 476; AC = 392; AD = 254; BAD = 28° 7′; CAD = 35° 45′, ſo iſt

$$\begin{array}{rl} \log. 254 = & 2{,}4048337 \\ \log. \text{ſin}. 28^\circ 7' = & 9{,}6732684 \\ \hline - & 12{,}0781021 \\ \log. 476 = & 2{,}6776069 + 10 \\ \hline & 0{,}5995048 = \log 3{,}977 \\ \cot. 28^\circ 7' = - & 1{,}87152 \\ \hline & 2{,}10548 = \cot. 25^\circ 25'; \end{array}$$

ABD = 25° 25′.

Durch ähnliches Verfahren findet man ACD = 38° 37′.

$$\begin{array}{rl} \log. 254 = & 2{,}4048337 \\ \log. \text{ſin}. 28^\circ 7' = & 9{,}6732684 \\ \hline & 12{,}0781021 \\ \log. \text{ſin}. 25^\circ 25' = & 9{,}6326576 \\ \hline & 2{,}4454445 = \log. 278{,}9 \end{array}$$

BD = 278,9.

Und eben ſo CD = 237,7.

§. 30.

§. 30.

3. **Aufgabe.** Es ſey (Fig. 6.) ABC ein Gränzwinkel. Man könne aus B nach A, aber nicht zugleich nach C, auch nicht aus einem, dem B gegenüber liegenden, weder ſehr nahen, noch mehr oder weniger entfernten Punkte, hinſehen; dagegen ſey gegen die Mitte der Linie BC, und ſehr nahe bey derſelben ein Punkt D, woraus man freye Ausſicht nach B und C hin habe: den Gränzwinkel ABC, und die Gränzlinie BC zu finden.

Auflöſung. Man mache in D einen Zwiſchenſtand, und meſſe aus B den Winkel ABD, aus D den Winkel BDC, auch die Linien AB, BD und CD. Da im Dreyecke BDC die Winkel B und C ſehr ſpitzig ſind, ſo iſt nächſtens

$BD : CD = C : B$; alſo

$BD + CD : CD = C + B : B$; oder

$BD + CD : CD = 2\,R - D : B$; folglich

$$B = \frac{(2\,R - D)\,CD}{BD + CD}, \text{ und}$$

$ABC = ABD - CBD.$

Nun fälle man aus D das Perpendikel DX, ſo iſt

$1 : \cos. B = BD : BX$, und

$1 : \cos. C = CD : CX$; alſo

$BC = BD \cos. B + CD \cos. C.$

Z. B. Es ſey CD = 327; BD = 268, und BDC = 162° 18′, ſo iſt

$$B = \frac{17\frac{42}{60} \times 327}{268 + 327} = 9° 44′; \text{alſo}$$

C = 7° 58′, und

ABC = ABD − 9° 44′.

268 × coſ. 9° 44′ = 264, 1, und

327 × coſ. 7° 58′ = 323, 8; alſo

BC = 264, 1 + 323, 8 = 587, 9.

§. 31.

4. Aufgabe. Man könne, unter eben denſelben Vorausſetzungen, nur aus einem mehr oder weniger entfernten Punkte D (Fig. 7.) nach B und C hinſehen: den Gränzwinkel ABC, und die Gränzlinie BC zu finden.

Auflöſung. Man nehme in D einen Zwiſchenſtand, und meſſe aus B den Winkel ABD, aus D den Winkel BDC, auch die Linien AB, BD und CD (§. 30.), ſo iſt in dem Dreyecke BCD

$$\text{cot. CBD} = \frac{\text{BD}}{\text{CD ſin. BDC}} \pm \text{cot. BDC}; \text{alſo}$$

ABC = ABD − CBD, und

$$\text{BC} = \frac{\text{CD ſin. BDC}}{\text{ſin. CBD}}.$$

Z. B. Es ſey CD = 397; BD = 429, und BDC = 104° 33′, ſo iſt

$$
\begin{array}{rl}
\log. 397 = & 2,5987905 \\
\log. \sin. 104^\circ 33' = & 9,9858434 \\
\hline
 & -12,5846339 \\
\log. 429 = & 2,6324573 + 10 \\
\hline
 & 0,0478234 = \log. 1,116 \\
 & \cot. 104^\circ 33' = 0,25954 \\
\hline
 & 1,37555 = \cot. 36^\circ 1';
\end{array}
$$

CBD = 46° 1′, und
ABC = ABD − 36° 1′.

$$
\begin{array}{rl}
\log. 397 \sin. 104^\circ 33' = & 12,5846339 \\
- \log. \sin. 36^\circ 1' = & 9,7693925 \\
\hline
 & 2,8152414 = \log. 653,5;
\end{array}
$$

BC = 653,5.

§. 32.

5. Aufgabe. Man könne, unter eben denſelben Bedingungen, nur aus zweyen ſehr nahen Punkten D und E (Fig. 8.) nach B und C hinſehen: den Gränzwinkel ABC, und die Gränzlinie BC zu finden.

Aufloͤſung. Man nehme in D und E Zwiſchenſtände, und meſſe aus B, C und D die Winkel ABC, BCD und CDE, auch die ſie einſchlieſſenden Seiten AB, BC, CD und DE. Aus dem Winkel CED, und den Seiten CE, DE berechne man deu Winkel CDE und die Seite CD, und daraus, und aus der Seite BD den Winkel CBD und die Seite BC, auf die (§. 30.) ſchon

 bekann-

bekannte Weiſe. Wird noch der letztens gefundene Winkel CBD zum gemeſſenen ABD, nach Erforderniß, addirt oder davon ſubtrahirt, ſo erhält man zur Summe oder Differenz den zu findenden ABC.

Z. B. Es ſey BD = 86,5; DE = 121; CE = 93,3; BDE = 167° 57′, und CED = 175° 2′, ſo iſt

$$CDE = \frac{4\frac{58}{60} \times 93{,}3}{214{,}3} = 2^\circ\ 10'.$$

$$DCE = 4^\circ\ 58' - 2^\circ\ 10' = 2^\circ\ 48'.$$

$$CD = 120{,}9 + 93{,}2 = 214{,}1.$$

$$CDB = 167^\circ\ 57' + 2^\circ\ 10' = 170^\circ\ 7'.$$

$$CBD = \frac{9\frac{53}{60} \times 214{,}1}{300{,}6} = 7^\circ\ 3'.$$

$$DCE = 9^\circ\ 53' - 7^\circ\ 3' = 2^\circ\ 50'.$$

$$BC = 85{,}7 + 210{,}5 = 296{,}2.$$

$$ABC = ABD - 7^\circ\ 3'.$$

§. 33.

6. **Aufgabe.** Man könne, unter eben denſelben Vorausſetzungen, nur aus zweyen mehr oder weniger entfernten Punkten D und E (Fig. 9.) nach B und C hinſehen: den Gränzwinkel ABC, und die Gränzlinie BC zu finden.

Auflöſung. Man meſſe aus den Standpunkten B, D und E die Winkel ABD, BDE und CED, auch die Seiten AB, BD, DE und CE, ſo iſt, wenn B,

D und E die, den innern Winkeln CBD, BDE und CED entſprechenden äußern bedeuten,

$$\text{tang.}\,B = -\frac{DE\ \text{ſin.}\ D + CE\ \text{ſin.}\ (D+E)}{BD + DE\ \text{coſ.}\ D + CE\ \text{coſ.}\ (D+E)};$$

$$BC = -BD\ \text{coſ.}\ B - DE\ \text{coſ.}\ (B+D) - CE\ \text{coſ.}\ (B+D+E);$$

$$ABC = ABD - CBD.$$

Man kann ſich dieſer Methode auch im vorigen Falle (§. 32.) bedienen, wovon der ſicherſte Beweis dieß iſt, daß, wenn man, was ich mehrmal that, mehrere Beyſpiele nach beyden Methoden bearbeitet, immer einerley Reſultate ſich ergeben.

Z. B. Es ſey BD = 588; DE = 478; CE = 364; D = 47° 39′, und E = 33° 1′, ſo iſt

log. 478 = 2,6794279
log. ſin. 47° 39′ = 9,8686700
2,5480979 = log. 353,3

log. 364 = 2,5611014
log. ſin. 80° 40′ = 9,9942122
2,5553136 = log. 359,2

log. 478 = 2,6794279
log. coſ. 47° 39′ = 9,8284393
2,5078672 = log. 322,0

log. 364 = 2,5611014
log. coſ. 80° 40′ = 9,2099917
1,7710931 = log. 59,03

tang.

$$\text{tang. B} = -\frac{353{,}3 + 359{,}2}{588 + 322 + 59{,}03} = -0{,}7352 = \text{tang. } 143^\circ 41'.$$

B $= 143^\circ\ 41'$.
CBD $= 36^\circ\ 19'$.

log. 588	= 2,7693773	
log. coſ. 36° 19′	= 9,9062036	
	2,6755809	= log. 473,8.
log. 478	= 2,6794279	
log. coſ. 11° 20′	= 9,9914478	
	2,6708757	= log. 468,7.
log. 364	= 2,5611014	
log. coſ. 44° 24′	= 9,8539056	
	2,4150870	= log. 260,1.

BC $= 473{,}8 + 468{,}7 + 260{,}1 = 1202{,}6$.
ABC $=$ ABD $- 36^\circ\ 19'$.

§. 34.

7. Aufgabe. Es ſeyen (Fig. 10.) A, B und C drey Markſteine. Man habe den mittlern B durch das Perpendikel BD an AC angemeſſen: den Gränzwinkel ABC, und die ihn einſchlieſſenden Gränzlinien AB und BC zu finden.

Auflöſung. Weil die Linien AD, BD und CD, den Bedingungen gemäß, bekannt ſind, ſo iſt

$\text{tang. A} = \frac{BD}{AD}$; $\text{tang. C} = \frac{BD}{CD}$; der erhabene Winkel ABC $= 2\,R + A + C$, und

$AB = \sqrt{AD^2 + BD^2}$; $BC = \sqrt{AD^2 + BC^2}$

Z. B.

z. B. Es ſey AD = 200; BD = 81, und CD = 387, ſo iſt

$$\begin{aligned} \log.\ 81 &= 1{,}9084850 + 10 \\ -\log.\ 200 &= 2{,}3010300 \\ \hline & 9{,}6074550 = \log.\ \text{tang.}\ 22^\circ\ 3'; \end{aligned}$$

$$A = 22\ \ 3'.$$

Und eben ſo $C = 11^\circ\ 49'$.

$$ABC = 213^\circ\ 52'.$$
$$AB = 215,\ 77;$$
$$BC = 395,\ 36.$$

§. 35.

8. Aufgabe. Der Markſtein B (Fig. 10.) ſey durch das Dreyeck ABC angemeſſen worden: den Gränzwinkel ABC zu finden.

Auflöſung. Man fälle aus B auf AC das Perpendikel BD, ſo iſt

$$AD = \frac{(AB + BC)\ (AB - BC)}{2\ AC} + \frac{AC}{2},$$ und

die Summe der Seiten des Dreyeckes ABC, = s angenommen,

$$BD = \frac{1}{2\ AC} \sqrt{s(s - 2\ AB)\ (s - 2\ BC)\ (s - 2\ AC}.$$

Hieraus ergiebt ſich

$$\text{tang.}\ A = \frac{BD}{AD},$$ und $$\text{tang.}\ C = \frac{BD}{AC - AD};$$ alſo

der erhabene Winkel ABC = 2 R + A + C.

z. B.

Z. B. Es ſey AB = 215,8; BC = 395,4; AC = 587, ſo iſt

$AB + BC = 611,2;$

$AB - BC = -179,6;$

$2\,AC = 1174; \frac{1}{2}\,AC = 293,5.$

$$\log. 611,2 \times -179,6 = 5,0404896$$
$$-\log. 1174 = 3,0696681$$
$$1,9708215 = \log. 93,498$$

$AD = 293,5 - 93,498 = 200.$

$s = 1198,2;$

$s - 2\,AB = 766,6;$

$s - 2\,BC = 407,4;$

$s - 2\,AC = 24,2;$

$2\,AC = 1174.$

$$\tfrac{1}{2}\log. 1198,2 \times 766,6 \times 407,4 \times 24,2 = 4,9784672$$
$$-\log. 1174 = 3,0696681$$
$$\log. 81,05 = 1,9087991$$
$$BD = 81,05.$$

$$\text{tang. } A = \frac{81,05}{200} = 0,40525 = \text{tang. } 22^\circ\, 3'\tfrac{6}{10}.$$

$$\text{tang. } C = \frac{81,05}{387} = 0,20943 = \text{tang. } 11^\circ\, 49'\tfrac{7}{10}.$$

$ABC = 213^\circ\, 53'.$

Man findet hier den Winkel ABC etwas gröſſer, als er ſich im vorigen Paragraph, unter etwas verän-

derten

derten Bedingungen, auf andere Weiſe ergab. Es war dieß nothwendig, weil man hier auch die Linien AB und BC etwas größer annahm, als ſie dort durch Rechnung ausgefallen. Und dieß mag nebenher zum Beweiſe dienen, daß die Seiten eines Dreyeckes, wenn ſie einen Winkel zu finden dienen ſollen, mit aller Schärfe gemeſſen werden müſſen. — Man beſtimmet ſonſt aus den gegebenen dreyen Seiten eines Dreyeckes jeden Winkel deſſelben unmittelbar, und nach einer kürzern Methode, als die hier gebrauchte iſt, nichts deſto weniger zog ich hier die letztere vor, weil ſie, obſchon durch Umwege, etwas näher zur Wahrheit führt.

§. 36.

9. Aufgabe. Der Markſtein B (Fig. 10.) ſey durch Winkel angemeſſen worden: die Gränzlinien AB und BC zu finden.

Auflöſung. Weil in dem Dreyecke ABC die beyden Winkel A und C bekannt ſind, ſo iſt es auch B, und daher

$$AB = \frac{AC \text{ ſin. } C}{\text{ſin. } B};$$

$$BC = \frac{AC \text{ ſin. } A}{\text{ſin. } B};$$

Z. B. Es ſey AC = 587; BAC = 22° 3′; ACB = 11° 49′, ſo iſt

$$\begin{array}{rl} \log.\ 587 & = 2{,}7686381 \\ \log.\ \sin.\ 11^\circ\ 49' & = 9{,}3112892 \\ \hline & 12{,}0799273 \\ \log.\ \sin.\ 33^\circ\ 52 & = 9{,}7460595 \\ \hline & 2{,}3338678 = \log\ 215{,}70; \end{array}$$

$AB = 215{,}70.$

Und eben ſo auch $BC = 395{,}44.$

§. 37.

10. Aufgabe. Es ſeyen (Fig. 11.) die Markſteine B, C und D an die Standlinie AE durch hineingeſchlagene Perpendikel angemeſſen worden: man ſoll die Gränzwinkel ABC, BCD, CDE, und die ſie einſchlieſſenden Gränzlinien AB, BC, CD, DE finden.

Aufloͤſung. Es ſeyen AM, AR, AN die gemeſſenen Laͤngen, und BM, CR, DN die gemeſſenen Breiten der Markſteine B, C und D. Man ziehe dieſe und jene gehoͤrig von einander ab, ſo iſt

$$AB = \sqrt{AM^2 + BM^2};$$

$$BC = \sqrt{Bm^2 + Cm^2};$$

$$CD = \sqrt{Cn^2 + Dn^2};$$

$$DE = \sqrt{DN^2 + EN^2},$$ und ferner

$$\text{tang. } BAM = \frac{BM}{AM};$$

tang.

$$\text{tang. } BCn = \frac{Bm}{Cm};$$

$$\text{tang. } DCn = \frac{Dn}{Cn};$$

$$\text{tang. } DEN = \frac{DN}{EN}; \text{ alſo}$$

der erhabene Winkel ABC $= 2\,R + BAM + BCm$, der hohle BCD $= 2\,R - BCm - DCn$, und wieder der erhabene CDE $= 2\,R + DCn + DEN$.

Z. B. Es ſey AM $= 141$; AR $= 269$; AN $= 408$; AE $= 523$; BM $= 130$; CR $= 94$; DN $= 164$, ſo findet man

AB $= 172{,}8$; BC $= 159{,}0$; CD $= 155{,}6$; DE $= 200{,}3$, und auch BAM $= 48^\circ\,46'$; BCm $= 13^\circ\,4'$; alſo BAM $+$ BCm $= 61^\circ\,50'$, und daher den erhabenen Winkel ABC $= 180^\circ + 61^\circ\,50' = 241^\circ\,50'$.

Auf ähnliche Weiſe findet man auch den hohlen Winkel BCD $= 180^\circ - 13^\circ\,4' - 24^\circ\,18' = 142^\circ\,38'$, und wieder den erhabenen CDE $= 180 + 24^\circ\,18' + 54^\circ\,58' = 259^\circ\,16'$.

§. 38.

11. Aufgabe. Es ſeyen (Fig. 12.) die Markſteine B und C durch die Dreyecke ABD und ACD an die Standlinie AD angemeſſen worden: die Gränzwinkel

winkel ABC und BCD nebſt der Gränzlinie BC zu finden.

Auflöſung. Man fälle im Dreyecke ABD aus B auf AD das Perpendikel BM, ſo iſt

$$AM = \frac{(AB + BD)\ (AB - BD)}{2\ AD} + \frac{AD}{2}, \text{ und,}$$

wenn AB + BD + AD = s geſetzt wird, auch

$$BM = \frac{1}{2AD} \sqrt{s\,(s - 2\,AB)\,(s - 2\,BD)\,(s - 2\,AD}.$$

Bey gehöriger Anwendung dieſer Formeln auf das Dreyeck ACD, laſſen ſich auch AN und CN berechnen. Zieht man nun AM von AN, und BM von CN ab, ſo ergeben ſich Bn und Cn, und man erhält

$$BC = \sqrt{Bn^2 + Cn^2}.$$

Nun iſt in den Dreyecken ABM, BCn und CDN

$$\text{tang. } BAM = \frac{BM}{AM};$$

$$\text{tang. } CBn = \frac{Cn}{Bn};$$

$$\text{tang. } CDN = \frac{CN}{DN}; \text{ alſo}$$

der

der erhabene Winkel $ABC = 2R + BAM - CBn$;
$BCD = 2R + CBn + CDN$.

Z. B. Es ſey $AB = 197$; $CD = 224$; $AD = 498$; $AC = 408$, und $BD = 366$, ſo iſt

$$AM = 249 - \frac{563 \times 169}{996} = 153{,}5, \text{ und}$$

$$BM = \frac{1}{996}\sqrt{1061 \times 667 \times 329 \times 65} = 123{,}5.$$

Eben ſo findet man auch $AN = 365{,}5$, und $CN = 180{,}8$.

Aus alle dem ergiebt ſich $BC = 219{,}6$.

Ferner findet man $BAM = 38^\circ\ 49'$, $BCn = 15^\circ\ 7'$, und $CDN = 53^\circ\ 46$; daher iſt der erhabene Winkel $ABC = 180 + 38^\circ\ 49' - 15^\circ\ 7' = 203^\circ\ 42'$, und der gleichfalls erhabene Winkel $BCD = 180^\circ + 15^\circ\ 7' + 53^\circ\ 46' = 248^\circ\ 53'$.

§. 39.

12. **Aufgabe.** Es ſeyen (Fig. 12.) die Markſteine B und C, jener durch die Winkel BAD und BDA, dieſer durch die Winkel CAD und CDA an die Standlinie AD angemeſſen worden: die Gränzwinkel ABC, BCD, und die, ſie einſchlieſſenden Gränzlinien AB, BC und CD zu finden.

Auf=

Auflöſung. Man berechne in den Dreyecken ABD und ACD, aus den gemeſſenen Winkeln, und der gemeinſchaftlichen Seite AD, die Seiten AB und BD, AC und CD, und verfahre dann, das Uebrige zu finden, wie eben (§. 38.) gelehrt iſt worden.

§. 40.

13. Aufgabe. Es ſey (Fig. 13.) die gebrochene Linie ABCDE eine gemeinſchaftliche Gränzlinie zweyer Waldabſchnitte. Die Linien AB, BC, CD und DE, und die von ſelben eingeſchloſſenen Winkel ABC, BCD und CDE ſeyen unmittelbar gemeſſen worden: man ſoll die Diagonale AE nebſt den beyden ihr anliegenden Winkeln BAE und DEA durch Rechnung finden.

Auflöſung. Es bedeuten A, B, C, D und E die äußern Winkel der Figur ABCDE, ſo iſt

$$\text{tang.}A = -\frac{BC\sin.B + CD\sin.(B+C) + DE\sin.(B+C+D)}{AB + BC\cos.B + CD\cos.(B+C) + DE\cos.(B+C+D)}.$$

Aus dem gefundenen Winkel A ergiebt ſich

$$E = (n+1)\,4\,R - (A+B+C+D) \text{ und}$$

$$AE = -AB\cos.A - BC\cos.(A+B) - CD\cos.(A+B+C) - DE\cos.(A+B+C+D).$$

Z. B. Es ſey AB = 525; BC = 525; CD = 506; DE = = 415; B = 16° 33′; C = 10° 1′; D = 331° 4′, ſo iſt

525 ſin. 16° 33′ = 149,54;

5c6 ſin. 26° 34′ = 226, 3;

415 ſin. 2° 22′ = − 17,13;

525 coſ. 16° 33′ = 503,25;

5c6 coſ. 26° 34′ = 452,57;

415 coſ. 2° 22′ = 414,64.

$$\text{tang. } A = \frac{149{,}54 + 226{,}3 - 17{,}13}{525 + 503{,}25 + 452{,}57 + 414{,}64}$$

$$= 0{,}1894 = \text{tang. } 10^\circ\ 44';$$

A = 169° 16′;

E = 720° − 56° 54′ = 193° 6′.

BAE = 10° 44′;

DEA = 13° 6′.

525 coſ. 10° 44′ = 515,82;

525 coſ. 5° 49′ = 522,29;

506 coſ. 15° 50′ = 486,80;

415 coſ. 13° 6′ = 404,20;

AE = 515,82 + 522,29 + 486,8 + 404,2 = 1929,11.

Vorbereitung zur Zeichnung des Umfangs.

§. 41.

Wären ſchon alle Seiten und Winkel am Umfange unmittelbar und mathematiſch richtig gemeſſen worden, ſo würde man nun doch zur wirklichen Zeichnung

nung deſſelben noch nicht ſchreiten dürfen. Die Zeichnung, auf gewöhnliche Weiſe gemacht, würde mehr oder weniger unrichtig ausfallen, und die Figur, auch nur bey einer mittelmäßig groſſen Anzahl von Seiten und Winkeln, nicht leicht können zum Schluſſe gebracht werden. Die gewöhnliche Methode Winkel mit dem Transporteur aufzutragen, gewähret wenig oder keine Zuverläßigkeit; die Fehler, welche hier ganz unvermeidlich ſind, häufen ſich, und die Summe aller wird bald ſo merklich, als jeder einzelne für ſich unmerklich ſeyn mochte. Der Grund liegt in der Unvollkommenheit der Sinne, und des Werkzeuges ſelbſt, deſſen wir uns zum Auftragen der Winkel bedienen. Bey dem zur Vermeſſung der Waldungen in Baiern angenommenen Maaßſtabe, den $\frac{1}{2}$ baieriſchen F. zu 2000 gleichen Theilen, iſt man im Auftragen der gemeſſenen Linien, vermöge der Unvollkommenheit des Auges, nie bis auf 2′ gewiß, wenn auch der Maaßſtab mathematiſch richtig getheilt wäre. Der gewöhnliche Transporteur giebt die Winkel höchſtens zu 20 bis 30, und ſelbſt der geradlinige, die Unvollkommenheit des Auges, und kleine Unrichtigkeiten der Theilung noch nicht eingerechnet, nur zu 6 bis 10 Minuten richtig an.

§. 42.

Und wäre auch eine ſchärfere Eintheilung dieſes Transporteurs möglich, als er zur Zeit wirklich hat, ſo würden ſich ſchon aus dem Gebrauche ſelbſt häufige Fehler ergeben. Jede Linie, welche unter 500 F. lang iſt, muß bey dem Anzeichnen eines Winkels, den Halbmeſſer zu 500′, bis zu dieſer Größe verlängert werden.

den. Nun! Wird wohl jedes Mal die verlängerte, oder auch nur abgeſtochene Linie genau 500 F. lang ſeyn? Wird die verlängerte Linie mit der, wovon ſie die Verlängerung iſt, nach aller Schärfe eine und dieſelbe Richtung haben? Wenn aber bey dem Auftragen jeder Linie, in Hinſicht ihrer Länge und Richtung, ein auch nur kleiner Feyler nothwendig begangen wird: iſt es wahrſcheinlich, daß bey der Zeichnung des Umfangs groſſer Waldungen, die letzte Linie gerade da ſich enden werde, wo die erſte angefangen hat? oder daß wenigſt der Anfang der einen, und das Ende der andern Linie nicht ſehr merklich von einander abliegen? — So wenig es wahrſcheinlich iſt, daß die gezeichneten Linien und Winkel alle entweder zu groß oder zu klein ausfallen, und die Fehler jedes Mal zur möglich größten Summe anwachſen, ſo unwahrſcheinlich iſt es auch, daß alle begangene Fehler ſich ganz oder nächſtens gegen einander aufheben. Vielmehr kömmt nach den Gründen der Wahrſcheinlichkeit die jedesmalige Summe der Fehler zwiſchen beyden Extremen in der Mitte zu ſtehen, und beträgt immer mehr oder weniger die Hälfte von der, welche ſich ergäbe, im Falle, wo alle Fehler von gleicher Art, poſitiv oder negativ, wären. Kann man aber den Umfang einer Waldung mit keiner Zuverläßigkeit vermittelſt der Transporteure zeichnen, wenn auch alle Seiten und Winkel deſſelben unmittelbar und mathematiſch richtig gemeſſen worden wären, ſo kann man es jetzt noch um ſo weniger, als weder alle Seiten und Winkel unmittelbar, noch mathematiſch richtig gemeſſen werden konnten.

§. 43.

Indem ich aber behaupte, daß vermittelſt der Transporteure keine, unſerer Abſicht ganz entſprechende, richtige Zeichnung von groſſen Waldungen erhalten werden könne, will ich darum dieſe Werkzeuge, vornehmlich den geradlinigen Transporteur, als untauglich auch andere Abſichten zu erreichen, nicht verworfen haben. Es giebt allerdings Fälle, wo ſich mit dieſem Transporteur hinlänglich viele Richtigkeit in eine Zeichnung bringen läßt. Und die erſte, oberflächliche Zeichnung aus den an dem Umfange gemeſſenen Stand- und Gränzlinien, auch Stand- und Gränzwinkeln zu verfertigen, mag ſelbſt der gewöhnliche Transporteur genügen.

§. 44.

Eine vorläufige, oberflächliche Zeichnung der gemeſſenen Waldung iſt dem Feldmeſſer in mancherley Hinſicht theils nützlich, theils auch nothwendig. Durch dieſe wird er mit dem Laufe der Gränze näher bekannt, und lernt kennen, was entweder verbunden, oder von dem Ganzen abgeſchnitten werden müſſe; vornehmlich aber wird ihm die übrige Vorbereitungsarbeit gar ſehr erleichtert. Zu dieſer erſten Zeichnung wird daher ein ſo kleiner Maaßſtab gewählt, als, der Deutlichkeit unbeſchadet, möglich iſt, und damit ſchon auf dem Lande, wie ſich Stoff geſammelt hat, angefangen, und bis zu Ende der Vermeſſung fortgefahren, und die gemeſſenen Standlinien, wie die gemeſſenen, oder auf geometriſche Weiſe daraus gefundenen

Gränz-

Gränzlinien, ohne Rückſicht auf Richtigkeit, in ſelbe eingetragen.

§. 45.

Wie nun dieſe erſte Zeichnung vollendet iſt, muß ſich der Feldmeſſer zur zweyten vorbereiten, und zu dieſem Ende

1) die gemeſſenen ſchiefen Linien auf den Horizont reduciren;

2) die gemeſſenen Winkel verbeſſern;

3) aus den gemeſſenen Standlinien und Standwinkeln die Gränzlinien und Gränzwinkel, welche er nicht unmittelbar meſſen konnte oder wollte, berechnen;

4) die nun berechneten Gränzwinkel, weil bey ihrer Berechnung die Sekunden vernachläßiget worden, mehrmal verbeſſern;

5) die ſchmalen Theile des Waldes, und andere, die zum Walde nicht gehören, aber ſich in denſelben hineinziehen, durch berechnete Diagonale, wo es nicht durch gemeſſene geſchehen iſt, oder geſchehen konnte, von dem Ganzen abſchneiden;

6) die Zahl der Winkel und Linien, und damit die Gefahr zu fehlen, ſo viel möglich, zu verhindern, mehrere Diagonale um die ganze Figur herum (*) be-

 rech-

(*) Bey Figuren von wenigen Seiten genüget es auch nur eine einzige Diagonale zu berechnen, oder wohl gar nur

rechnen, ſo daß dadurch eine neue Figur (Grundfigur) von wenigern aber längern Seiten, die alle nebſt den Winkeln bekannt ſind, entſteht;

7) über einer verlängerten Seite (Grundlinie) der Grundfigur die, mit jedem Eckpunkte ihres Umfangs, und wieder über jeder Seite deſſelben insbeſondere die, mit jedem Gränzpunkte zuſammen gehörige Länge und Breite berechnen, und endlich

7) die mit jedem Gränzpunkte zuſammengehörige Länge und Breite, in ſo fern es die Figur zum ſichern Schluſſe zu bringen nöthig iſt, verbeſſern.

Alle dieſe Forderungen, die letzte ausgenommen, zu erfüllen, iſt der Feldmeſſer im Stande, wenn er ſich in den vorausgeſchickten praktiſchen Sätzen gehörig einſtudiert hat, vornehmlich wenn er auch eigenes Nachdenken damit zu verbinden weis. Daher habe ich hier nur noch zu zeigen, wie die Fehler, welche von den gemeſſenen Gränzlinien in die berechneten Längen und Breiten übergegangen, möchten zu verbeſſern ſeyn, und damit die Figur zum vollkommenen Schluſſe gebracht werden.

§. 46.

Keine Figur ſchließt ſich, wenn die Winkel mehr oder weniger fehlerhaft ſind, oder in Meſſung der Seiten

ten

---

eine Seite des Umfangs zu verlängern, um auf der einen oder andern, als auf der Grundlinie, die Längen und Breiten der Gränzpunkte beſtimmen zu können.

ten etwas verſehen worden iſt. Es ſind aber Fehler bey dem Meſſen der Linien unvermeidlich, und ſind ſie ſchon einzeln nicht beträchtlich, ſo werden ſie es doch öfters in ihrer Summe. Das daher kommende Hinderniß im Schluſſe der Figuren zu überwinden, werden ſelten Regeln angegeben. Die Feldmeſſer ſchweigen hier ſehr ängſtlich ſtill, und ſcheinen nicht zu wiſſen, daß es im Allgemeinen unmöglich iſt, eine Figur ohne alle gemachte Verbeſſerung zum richtigen Schluſſe zu bringen. Man ſieht es ihnen nur zu ſehr an, daß ſie allemal, wenn die Figur ſich nicht ſchließt, in Verlegenheit kommen, und kein geprüftes, zuverläßiges Mittel wiſſen, ſich mit Ehre heraus zu ziehen, obſchon ſie jenes vor den Profanen, und dieſes ſelbſt vor den Eingeweihten zu verbergen ſuchen. Einige geben ſich auch dreiſte das Anſehen, als hätten ſie wirklich den Stein der Weiſen gefunden, und wüßten die Zahl und Größe der Fehler ſo ſehr zu vermindern, daß die Figuren allemal und richtig ſich ſchlieſſen müßten, oder beſäßen das unfehlbare Mittel mit dem Compaſſe, als einer geometriſchen Wünſchelruthe, alle in Meſſung der Winkel gemachte Fehler haarklein zu entdecken, um ſie dann auf leichte Weiſe auch verbeſſern zu können. — Ich habe ſchon oben an ſeinem Orte ausführlich gezeigt, wie einzelne gröbere Fehler in Meſſung der Winkel theils vermindert, theils leicht entdeckt, und kleinere, welche zum Theil unvermeidlich ſind, verbeſſert werden mögen; hier habe ich alſo nur noch zu zeigen, wie man auch die, in Meſſung der Linien begangenen kleinern Fehler zu entdecken, und in wie fern ſie dem Schlieſſen der Figur hinderlich ſind, auch zu verbeſſern,

zu Werke gehen müſſe. — Meine Methode iſt von der Art, daß ich mich hierüber nicht wohl deutlicher als in einem Beyſpiele erklären kann. Und hiezu wählte ich eben das, was ich in der Folge auch zur Erläuterung der beſſern Methode Figuren zu zeichnen und zu berechnen brauchen werde.

§. 47.

Es ſey (Fig. 14.) ABC ...... NOP eine geradlinige Figur, deren alle Seiten und Winkel durch mittelbare und unmittelbare Meſſung bekannt ſind; die Seiten:

AB = 132,8	FG = 1191,4	LM = 123,3
BC = 177,4	GH = 514,6	MN = 952,4
CD = 309,5	HI = 1247,2	NO = 658,0
DE = 804,1	IK = 771,5	OP = 249,4
EF = 471,5	KL = 390,4	PA = 378,2, und

die verbeſſerten äußern Winkel:

A	=	77°	54′	F	=	56°	54′	L	=	36°	18′
B	=	46	30	G	=	97	8	M	=	344	38
C	=	45	10	H	=	353	35	N	=	349	39
D	=	33	44	I	=	9	6	O	=	10	8
E	=	326	39	K	=	107	10	P	=	265	27.

Nach der ſchon gegebenen allgemeinen Anleitung nahm ich mit dieſer Figur die, der Zeichnung wegen, erforderlichen Vorarbeiten vor, zog die Diagonale FN und theilte dadurch die Figur in zwey Abſchnitte, berechnete den Winkel α, welchen ſie mit FG, und den Winkel β, welchen ſie mit NO macht, und auf der-

ſelben

derſelben von F nach N, die mit den Gränzpunkten G, H, I, K, L, M und N, und, von N nach F die, mit den Gränzpunkten O, P, A, B, C, D, E und F zuſammengehörigen Längen und Breiten, nach ihren einzelnen Theilen. Dieſe Theile ſind es, welche vor ihrer gehörigen Zuſammenſetzung verbeſſert werden müſſen.

§. 48.

Der Kürze wegen, ſetze ich von dieſer etwas weitläufigen Rechnung nur die gefundenen Reſultate her:

$$\text{ltang.}\ \alpha = -\frac{1523{,}96}{-61} = \frac{1523{,}96}{61} = 24{,}9829;$$

und daher $\alpha = 87^{\circ}\ 42^{\circ}$; auch

$$\beta = 125^{\circ}\ 16'$$

Die mit den Gränzpunkten G, H, I, K, L, M und N auf der Diagonale FN zuſammengehörigen, nach der Richtung FN gezählten Längen und Breiten, und derſelben Theile ſind:

Lit.

Lit. der Gränzp.	Theile der Längen.	Theile der Breiten.	Ganze Längen.	Ganze Breiten.
G	+ 47,7	+1187,7	+ 47,7	+1187,7
H	— 512,79	— 43,36	— 465,09	+1144,34
I	—1246,7	+ 34,46	—1711,79	+1178,8
K	— 764,86	— 100,92	—2476,65	+1077,88
L	+ 163,03	— 354,73	—2313,62	+ 723,15
M	+ 107,82	— 59,81	—2205,8	+ 663,34
N	+ 680,7	— 666,2	—1525,1	— 2,86

Die mit den Gränzpunkten O, P, A, B, C, D, E F auf der Diagonale NF zuſammengehörigen nach der Richtung NF gezählten Längen und Breiten, und derſelben Theile ſind:

O	— 379,91	+ 537,24	— 379,91	+ 537,24
P	— 177,58	+ 175,12	— 557,49	+ 712,36
A	+ 286,08	+ 247,37	— 271,41	+ 959,73
B	— 63,87	+ 116,43	— 335,28	+1076,16
C	— 171,56	+ 45,16	— 506,84	+1121,32
D	— 266,9	— 156,7	— 773,74	+ 964,62
E	— 348,49	— 724,66	—1122,23	+ 239,96
F	— 404,29	— 242,6	—1526,52	— 2,64

§. 49.

Daß die nun berechneten Längen und Breiten der Gränzpunkte noch einer obſchon kleinen Verbeſſerung bedürfen, erhellet ſchon aus Betrachtung dieſer Tabelle. Die Breiten der Gränzpunkte F und N ſollten genau = o

ſeyn,

ſeyn, indeß jene = — 2, 64, und dieſe = — 2,86 iſt. Auch ſollten dieſe Gränzpunkte F und N eine gleiche, nur in der Richtung verſchiedene, Länge haben, allein die von F beträgt 1526,52, die von N aber nur 1525,1. So klein dieſe Fehler in dem gewählten Falle immer ſind, vornehmlich wenn auch der verjüngte Maaßſtab, wie gewöhnlich, ziemlich klein angenommen wird, beweiſen ſie doch offenbar, daß im Allgemeinen keine Figur ohne alle Verbeſſerung ſich vollkommen ſchlieſſen laſſe. Ich werde daher zeigen, wie dieſe Fehler verbeſſert werden mögen, nicht als wenn ich glaubte, daß es in dieſem beſondern Falle ſie zu verbeſſern der Mühe lohnte, ſondern damit der angehende Feldmeſſer durch dieß auch größere Fehler auf ähnliche Weiſe zu verbeſſern in Stand geſetzt werde.

§. 50.

Da die Diagonale FN jetzt zu 1525,1, jetzt zu 1526,52 berechnet worden, ſo liegt ſehr wahrſcheinlich ihre wahre Länge zwiſchen beyden Angaben in der Mitte, und beträgt 1525,81. Es iſt daher die erſtere Angabe um eben ſo viel (0,71) zu klein, als die letztere zu groß iſt, und dieſe muß um das verkleinert werden, um was jene vergrößert werden muß. Man vermehre daher jeden, den Gränzpunkten des erſten Abſchnittes zugehörigen negativen Längetheil um $\frac{0{,}71}{7} = 0{,}1$, und vermindere um eben das jeden poſitiven; auch vermindere man umgekehrt jeden, den Gränzpunkten des zweyten Abſchnittes zugehörigen negativen Längetheil um $\frac{0{,}71}{8} = 0{,}09$, und vermehre jeden poſitiven um eben

das,

das, ſo ſind die Längetheile verbeſſert, und der Grund zur Verbeſſerung der Längen ſelbſt ſchon gelegt. Ganz auf dieſe Weiſe werden auch die Breitetheile der Gränzpunkte in jedem Abſchnitte verbeſſert. Vermindert man jeden negativen Breitetheil in dem erſten Abſchnitte um $\frac{2,86}{7} = 0,41$, in dem zweyten um $\frac{2,64}{8} = 0,33$, und vermehrt um eben das jeden poſitiven, ſo iſt auch ſchon die Verbeſſerung gemacht. Sind aber die verbeſſerten Länge- und Breitetheile der Gränzpunkte jedes Abſchnittes gefunden, ſo werden auch die verbeſſerten Längen und Breiten ſelbſt, allein durch gehöriges Addiren und Subtrahiren der Theile, was auch oben in Anſehung der unverbeſſerten geſchah, daraus hergeleitet. Die verbeſſerten Längen und Breiten, und deren Theile ſind dieſe:

Lit. der Gränzp.	Theile der Längen.	Theile der Breiten.	Ganze Längen.	Ganze Breiten.
G	+ 47,6	+1188,11	+ 47,6	+1188,11
H	— 512,89	— 42,95	— 465,29	+1145,16
I	—1246,8	+ 34,87	—1712,09	+1180,03
K	— 764,96	— 100,51	—2477,05	+1079,52
L	+ 162,93	— 354,32	—2314,12	+ 725,2
M	+ 107,72	— 59,4	—2206,4	+ 665,8
N	+ 680,6	— 665,79	—1525,8	+ 0,01
O	— 379,82	+ 537,57	— 379,82	+ 537,57
P	— 177,49	+ 175,45	— 557,31	+ 713,02
A	+ 286,17	+ 247,7	— 271,14	+ 960,72
B	— 63,78	+ 116,76	— 334,92	+1077,48
C	— 171,47	+ 45,49	— 506,39	+1122,97
D	— 266,81	— 156,37	— 773,2	+ 966,16
E	— 348,4	— 724,33	—1121,6	+ 242,27
F	— 404,2	— 242,27	—1525,8	0,00

§. 51.

Ich habe die Länge- und Breitetheile eines Abſchnittes um gleichviel vermehrt oder vermindert, nicht weil ich glaube, daß bey Meſſung längerer und kürzerer Linien ohne Unterſchied, was gegen Vernunft und Erfahrung iſt, ganz gleiche Fehler begangen werden, ſondern weil dieſe Methode weniger mühſam iſt, und im Falle, wo die, in Hinſicht der Länge- und Breitetheile, ſich ergebende Summe der Fehler von keinem Belange wäre, doch hinlängliche Richtigkeit gewährte.

Allein

Allein im entgegengeſetzten Falle rathe ich dem Feldmeſſer ſehr ernſtlich, die gefundenen Summen der Fehler nur im Verhältniſſe der jedesmaligen Längen der Gränzlinien unter die, mit ſelben zuſammengehörigen Länge- und Breitetheile zu vertheilen. — Dadurch wird zugleich bewirkt, daß die ſchon verbeſſerten Gränzwinkel, indeß die Gränzlinien verkürzet oder verlängert werden, faſt gänzlich ungeändert bleiben. Und dieſe Methode eine Figur zum Schluſſe zu bringen, nimmt ſich ganz beſonders vor jener trivialen aus, deren ſich alle Pfuſcher bedienen, und nach welcher nur die letztern Winkel und Linien, und auch dieſe nur willkührlich und auf Gerathewohl abgeändert, alſo die Fehler nicht ſo ſehr verbeſſert, als verſtecket werden.

Zeichnung des Umfangs.

§. 52.

Bey größern Waldungen, wo es nöthig iſt die Hauptfigur in eine Grundfigur aufzulöſen, wird, wie natürlich, mit Zeichnung der letztern der Anfang gemacht. — Nachdem nun alle Eckpunkte derſelben, durch die vorausgegangene Rechnung, ihrer Länge und Breite nach beſtimmt ſind, iſt zur wirklichen Zeichnung mehr nicht erforderlich, als daß man

1) die, mit jedem Eckpunkte zuſammengehörige Länge und Breite auf der gewählten Grundlinie auftrage, und

2) die ſo feſtgelegten Punkte durch gerade Linien zuſammenziehe.

Der

Der Feldmeſſer, der alles, was bisher vorgetragen worden, hinlänglich verſtanden, kann die Ausübung dieſer Vorſchrift nicht mehr ſchwer finden. Daher glaube ich auch mich der Mühe, dieſelbe durch ein Beyſpiel zu erläutern, überheben zu dürfen.

§. 53.

Die Zeichnung der Hauptfigur, oder vielmehr jedes Abſchnittes insbeſondere geſchieht ganz auf eben dieſelbe Weiſe. Ueber jeder Seite der Grundfigur werden die Gränzpunkte, vermittelſt ihrer berechneten Längen und Breiten, und damit auch die Gränzlinien beſtimmt; und indem man ſo von einem Abſchnitte zum andern die Arbeit fortſetzt, entſteht allmählig die ganze Hauptfigur. Der Schluß der ganzen Hauptfigur hängt daher vornehmlich von dem Schluſſe der Grundfigur, hernach aber von dem Schluſſe jedes Abſchnittes insbeſondere ab. Was ich oben von Verbeſſerung der Linien und Winkel der Hauptfigur ſagte, muß alſo auch von der Grundfigur, und zum Theil ſelbſt von jedem einzelnen Abſchnitte verſtanden werden.

§. 54.

Die Figur, welche wir oben durch die Diagonale FN (Fig. 14.) in zwey Abſchnitte theilten, und auf ſelber von dem einen und andern die Längen und Breiten der Eckpunkte berechneten, mag zum Beyſpiele dienen, wie aus den berechneten Längen und Breiten aller Gränzpunkte über einer angenommenen Grundlinie ein Abſchnitt, und ſelbſt eine Grundfigur verzeichnet

net werden möge. — Man hat dabey nur vornehmlich dieß zu beobachten:

1) Daß die Längen aus dem Anfangspunkte der Diagonale, die negativen vorwärts, die poſitiven rückwärts, aufgetragen,

2) die Breiten aber aus dem Endpunkte der zugehörigen Länge ſenkrecht, die poſitiven aufwärts, die negativen abwärts, errichtet werden.

Berechnung des Inhaltes.

§. 55.

So wenig beſchwerlich, wie wir eben geſehen, die Zeichnung einer Figur iſt, wenn man ſich vorläufig durch Berechnung der Längen und Breiten zur ſelben vorbereitet hat, ſo leicht iſt nun auch die Berechnung ihres Inhaltes. Dieſe Längen und Breiten ſind es, welche allein, ohne andere Linien, den Inhalt, wie den Umfang einer Figur beſtimmen. Die Methode vermittelſt dieſer Linien den Inhalt jeder geradlinigen Figur zu finden, iſt in jeder der beyden folgenden Formeln deutlich enthalten. Dieſe Formeln ſind zwar nur auf die vorliegende Figur (Fig. 14.) und zwar die erſte auf den erſten, die zweyte auf den zweyten Abſchnitt derſelben beſchränkt, und darum nicht allgemein; indeſſen wird der denkende Leſer bey aufmerkſamer Betrachtung derſelben leicht finden, wie er ſie in jedem andern Falle modificiren müſſe; ſie ſind:

$FGHIKLMN = \frac{1}{2}$ (— Fg. Gg + gh (Gg + Hh) + hi (Hh + Ii) + ik (Ii + Kk) — kl (Kk + Ll) — ml (Ll + Mm) — Nm. Mm); und

$NOPABCDEF = \frac{1}{2}$ (No. Oo + op (Oo + Pp) — pa (Pp + Aa) + ab (Aa + Bb) + bc (Bb + Cc) + cd (Cc + Dd) + de (Dd + Ee) + Fe. Ee).

Der Grund von der Conſtruction dieſer Formeln iſt leicht einzuſehen, wenn man jede mit dem Abſchnitte, worauf ſie ſich bezieht, ſtückweiſe zu vergleichen ſich die Mühe giebt. Auch iſt es nicht ſchwer für einen gegebenen Fall ſelbſt eine ſolche Formel zu conſtruiren; wenn man nur auf die übereinſtimmende oder entgegengeſetzte Bezeichnung ſowohl der Längen ſelbſt, als ihrer Differenzen fleißig Acht hat. Nach dieſen Formeln berechnete ich den Inhalt jedes Abſchnittes, und fand den Inhalt

des erſten = $59\frac{3}{8}$ M. 4777 Q. F.

den des zweyten = $19\frac{2}{8}$ — 184 —

und daher den des Ganzen = $78\frac{5}{8}$ — 4961 —

Dieſe Methode den Inhalt zu berechnen nimmt ſich dadurch, daß nur allein berechnete Linien in Rechnung kommen, vor allen übrigen aus, nach welchen die hiezu nöthigen Linien erſt mit dem Zirkel abgenommen, und auf dem verjüngten Maaßſtabe gemeſſen werden müſſen, und hat darum auch dieß eigen, daß die Berechnung des Inhaltes, zumal wenn die Figur nicht gar zu viele Seiten hat, unabhängig von der Zeichnung ſich vornehmen läßt.

Anwendung dieſer Methode auf groſſe Waldungen, in einem Beyſpiele.

§. 56.

Ich könnte hier die Lehre von Meſſung des Umfangs ſchlieſſen, wenn ich nicht ſicher wüßte, daß einige, bey dem Meßtiſche grau gewordene Feldmeſſer die Ausführbarkeit dieſer Methode bezweifeln, und andere dieſelbe, als eine theoretiſche Tändeley gar keiner Aufmerſamkeit würdigen werden. Nun, dieſe theorieſcheuen Leute mit einem Mal von dem Gegentheile zu überzeugen, will ich noch eine, erſt dieſes Jahr nach meiner Methode ausgearbeitete Meſſung einer groſſen Waldung, im Auszuge, zur Schau ausſtellen. Ich habe ſie dem kurfürſtl. Kammeral-Forſtmeſſer, Herrn **Neebauer** zu verdanken. Dieſer ſehr geſchickte, und unermüdet fleißige junge Mann übernahm aus freyem Willen die Prüfung dieſer Methode über ſich. So ſchnell er ſie begriff, ſo ſchnell war er auch, ſie in Ausübung zu bringen, entſchloſſen: und was er ſich vorgenommen hatte, führte er auch bey erſter Gelegenheit glücklich aus. Eine Waldung von mehrern tauſend Morgen ward von ihm, ganz nach dieſer Methode, aus dem Umfange vermeſſen, gezeichnet und berechnet. Was ich hier dem Leſer auszugsweiſe mittheile, iſt das Reſultat ſeines Fleißes und ſeiner Geſchicklichkeit. — Die Ausführbarkeit iſt alſo erwieſen. Was ich in Hinſicht kleiner Figuren erfahren, erfuhr Herr **Neebauer** auch in Hinſicht der groſſen, daß die Ausführung der Methode gar nicht ſchwer iſt, wenigſt für den Mathematiker. — Und ſoll denn nicht

je-

jeder Feldmeſſer Mathematiker ſeyn? wie jeder Rechtsbeyſtänder Juriſt ſeyn muß. Wer nach dieſem Beweiſe noch immer fortſchreyet: das iſt nicht praktiſch, der verdient keine fernere Antwort. Er widerlegt ſich ſelbſt, und giebt ſchon durch ſeinen Einwurf zu erkennen, daß er ſein Metier gar nicht verſteht.

Vorläufige Anmerkungen.

§. 57.

Die vorliegende Zeichnung (Fig. 15.) ſtellet das, dieſen Sommer über vermittelſt eines guten, von dem vortreflichen Mechanikus Herrn Reichenbach, dem Sohne, verfertigten Winkelmeſſers, aufgenommene, und polygonometriſch berechnete und verzeichnete Gerippe des kurfürſtlichen Forſtreviers Eglharding vor, das den einen, größern Theil von dem kurfürſtlichen ſogenannten Anzinger Forſte ausmacht, welcher ganz nach dieſer Methode vermeſſen und in Plan gelegt worden. Die Markſteine ſind mit etwas größern Tüpfeln bezeichnet, und die Gränzlinien ganz ausgezogen, zum Unterſchiede von den berechneten Längen und Breiten der Markſteine, welche getüpfelt ſind. Noch andere ausgezogene Linien, welche die ganze Figur in gleiche Quadrate theilen, ſtellen Geräumte vor.

§. 58.

Dieſer Forſt, welcher beyläufig 93738,6 baieriſche Fuß im Umfange hält, iſt zu $\frac{3}{5}$ von Privatwaldungen, zu $\frac{2}{5}$ von den Feldern der nahen Dorfſchaften begränzet, und in allem nur mit 193 nummerirten Gränzſteinen geſichert. Und in dieſem liegt der Grund,

warum man die Winkel und Linien am Umfange nicht alle unmittelbar meſſen konnte, und gezwungen war mehrmal aus den gemeſſenen Standwinkeln und Standlinien die Gränzwinkel und Gränzlinien, welche nicht gemeſſen werden konnten, durch Rechnung zu finden, wobey man ſich meiſtens der polygonometriſchen (*) Formeln, und nur hie und da der trigonometriſchen, bediente. Weil man glaubte in dem gleich folgenden Gränzvermeſſungsregiſter die gemeſſenen Gränzwinkel und Gränzlinien von den berechneten unterſcheiden zu müſſen, wurden daſelbſt ein Paar kleine Spalten der Anzeige dieſes Unterſchiedes gewiedmet, und in denſelben die gemeſſenen Gränzwinkel und Gränzlinien mit g. die berechneten mit b. bezeichnet. Da ferner durch die zwey Hauptgeräumte, AB und das verlängerte DC, die ganze Waldung in 4 Diſtrikte zerfällt, und nicht nur dieſe beyden Linien, ſondern auch die Winkel bey A, D, B, C mittelbar und unmittelbar gemeſſen werden können, mag jeder dieſer 4 Diſtrikte für ſich als ein Ganzes angeſehen, und einer von dem andern ſowohl in dem Gränzvermeſſungsregiſter als in der Berechnung getrennt werden.

Gränzvermeſſungsregiſter.

§. 59.

Das Eglhardinger Revier, welches ich hier nur allein als Beyſpiel anfſtelle, beſteht aus zweyen Diſtrikten, dem ACD, welchen wir den erſten, und BCD, welchen wir den zweyten nennen.

Erſter

(*) Dennoch vollendete Herr Neebauer dieſe ganze Arbeit in 5 bis 6 Wochen mit leichter Mühe.

Erſter Diſtrikt.

Nummer od. Lit. des Gränzwink.	Gränzwinkel				Gränzlinien			Anmerkungen.
	Grade.	Minuten.	gemeſſene.	berechnete.	Fuß.	gemeſſene.	berechnete.	
C.	89	59	g.	—	10238	g.	—	
A.	106	40	g.	—	222,1	g.	—	
75	180	55	g.	—	444,4	g.	—	
76	161	10	g.	—	382,9	g.	—	
77	197	34	g.	—	435,6	g.	—	
78	167	45	g.	—	456,2	g.	—	
79	193	19	g.	—	341,4	g.	—	
80	192	21	g.	—	366,3	g.	—	
81	161	22	g.	—	455	g.	—	
82	176	54	g.	—	387,3	g.	—	
83	172	23	g.	—	430,1	g.	—	
84	180	18	g.	—	460	g.	—	
85	181	28	g.	—	480	g.	—	
86	190	59	g.	—	297,4	g.	—	
87E.	220	53	g.	—	494	g.	—	
88	181	16	g.	—	488	g.	—	
89	168	47	g.	—	453,8	g.	—	
90	173	48	g.	—	380,3	g.	—	
91	164	12	g.	—	446,2	g.	—	
92	190	33	g.	—	364,6	g.	—	
93	181	24	g.	—	366	g.	—	
94	151	39	g.	—	323,4	g.	—	
95	179	31	g.	—	114,2	g.	—	
96	115	56	g.	—	346,6	g.	—	
97	180	34	g.	—	313,1	g.	—	
98	184	17	g.	—	220,4	g.	—	
99	181	58	g.	—	522,6	g.	—	
100	201	17	g.	—	235	g.	—	
101	133	38	g.	—	128,8	g.	—	
102	200	32	g.	—	379,4	g.	—	
103	190	4	—	b.	413,9	—	b.	
104	162	28	—	b.	165,7	—	b.	

Nummer od. Lit. des Gränzwink.	Gränzwinkel				Gränzlinien			Anmerkungen.
	Grade.	Minuten.	gemeſſene.	berechnete.	Fuß.	gemeſſene.	berechnete.	
105	131	38	—	b.	227,2	g.	—	
106	186	23	—	b.	186,5	—	b.	
107	206	53	—	b.	268,2	—	b.	
108	175	9	—	b.	245,0	—	b.	
109	193	38	—	b.	172,8	—	b.	
110								Die Läufer bey den Nummern 110; 122; 128; 130 ſind von den nächſt vorhergehenden Markſteinen, der erſte 77, der zweyte 137, der dritte 82, der vierte 66 F. entfernt.
111	165	46	—	b.	217,8	g.	—	
112	202	46	g.	—	251,2	g.	—	
113	197	43	g.	—	247	g.	—	
114F.	216	15	g.	—	146,2	g.	—	
115	201	57	g.	—	224	g.	—	
116	143	34	g.	—	145,4	g.	—	
117	191	28	g.	—	224,1	g.	—	
118	175	45	g.	—	120,6	g.	—	
119	195	13	g.	—	141,4	g.	—	
120	181	4	g.	—	189,1	g.	—	
121	157	54	g.	—	202,3	g.	—	
122								
123	157	38	g.	—	235,7	g.	—	
124	191	55	g.	—	246,5	g.	—	
125	187	7	g.	—	193,9	g.	—	
126	185	55	g.	—	173,2	g.	—	
127	152	3	g.	—	278,8	g.	—	
128								
129	155	46	g.	—	297,3	g.	—	
130								
131	188	43	g.	—	136,3	g.	—	
132	170	19	g.	—	171,4	g.	—	
133	196	55	g.	—	544,6	g.	—	
134	163	23	g.	—	204,2	g.	—	
135	186	26	g.	—	151,8	g.	—	
136	201	51	g.	—	153,3	g.	—	
137G.	185	5	g.	—	297,2	g.	—	
138H.	245	46	g.	—	237,4	g.	—	

Nummer od. Lit. des Gränzwink.	Gränzwinkel				Gränzlinien			Anmerkungen.
	Grade.	Minuten.	gemeſſene.	berechnete.	Fuß.	gemeſſene.	berechnete.	
139	168	43	g.	—	239,8	g.	—	
140	169	55	g.	—	205,6	g.	—	
141	129	31	g.	—	247,5	g.	—	
142	165	5	g.	—	330,9	g.	—	
143	165	43	g.	—	281,2	g.	—	
144	187	25	g.	—	176,4	g.	—	
145	158	11	g.	—	161	g.	—	
146	196	31	g.	—	262,7	g.	—	
147	195	57	g.	—	298	g.	—	
148	174	35	g.	—	300,6	g.	—	
149	218	36	g.	—	77,8	g.	—	
150	174	45	g.	—	55,0	g.	—	
151	117	50	g.	—	307,2	g.	—	
152	197	13	g.	—	459,4	g.	—	
153								Der Läufer iſt iſt 22 F. entfernt.
154	161	7	g.	—	1100	g.	—	
155	204	14	g.	—	454,6	g.	—	
156	160	34	g.	—	232,5	g.	—	
157	170	2	g.	—	267,6	g.	—	
158	183	16	g.	—	529,1	g.	—	
159	148	44	g.	—	237,9	g.	—	
160	170	24	g.	—	285	g.	—	
161	184	56	g.	—	322,1	g.	—	
162	190	43	g.	—	208,8	g.	—	
163	149	57	g.	—	222,3	g.	—	
164	182	53	g.	—	278	g.	—	
165	161	53	g.	—	523,8	g.	—	
166	180	49	g.	—	360,3	g.	—	
D.	114	5[illegible]	g.	—	14137,7	g.	—	
Sume. 90 ∠	15840°	—						

Zwey=

Zweyter Diſtrikt.

Nummer od. Lit. des Gränzwink.	Gränzwinkel				Gränzlinien			Anmerkungen.
	Grade.	Minuten.	gemeſſene.	berechnete.	Fuß.	gemeſſene.	berechnete.	
C.	90	1	g.	—	1417,7	g.	—	
D.	65	4	g.	—	104,9	g.	—	
167	205	33	g.	—	347	g.	—	
168	163	3	g.	—	2179	g.	—	
169	171	7	—	b.	2538,7	—	b.	
170	172	47	—	b.	970,7	—	b.	
171	153	22	—	b.	428,6	g.	—	
172	194	2	g.	—	518	g.	—	
173	230	35	g.	—	604,5	g.	—	
174	189	51	g.	—	382,8	g.	—	
175	138	3	g.	—	561,7	g.	—	
176	200	23	g.	—	491,1	g.	—	
177	219	44	g.	—	209,1	g.	—	
178	131	45	g.	—	332,2	g.	—	
179	160	46	g.	—	275,4	g.	—	
180	1[illegible]1	18	g.	—	252,8	g.	—	
181	181	12	g.	—	191,7	g.	—	
182	184	2	—	b.	3657,5	—	b.	
183	155	14	—	b.	1253,6	—	b.	
184	167	39	—	b.	3501,7	—	b.	
185	206	—	—	b.	1372,4	—	b.	
186	131	39	—	b.	1293	—	b.	
187	186	41	—	b.	728,8	—	b.	
B.	100	9	—	b.	12[illegible]30,7	—	b.	
Sum̃e. 24 ∠	3960°	—						

Berechnung und Zeichnung des Umfanges.

§. 60.

Man folgte hier dem Winke, welchen die zwey mitten in C ſich ſchneidenden Geräumte gaben, und reducirte die ganze, vielſeitige Figur auf ein Viereck. Es mag dem Leſer angenehm ſeyn zu erfahren, wie man dieſe Grundfigur erhalten habe; daher werde ich mich befleiſſen, das gebrauchte Verfahren, der vorgeſteckten Kürze unbeſchadet, ſo deutlich, als möglich iſt, darzuſtellen.

§. 61.

Der erſte Diſtrikt enthält zufälliger Weiſe vielmal mehr Gränzwinkel als der zweyte, 88 an der Zahl. Nicht weil es mühſamer geweſen wäre, dieſe alle mit einem Mal abzuſchneiden, ſondern weil man ſich gerne einige Ruhepunkte verſchaffen wollte, und öftere Gelegenheit die allenfalls eingeſchlichenen Fehler aufzuſuchen und zu verbeſſern, machte man aus dem Abſchnitte ADHGFE vier Unterabtheilungen. Die drey erſten Unterabtheilungen können, jede für ſich, als ſelbſtſtändige, kleinere Abſchnitte betrachtet, und die in ſelben befindlichen Markſteine an den, mit ihnen zuſammengehörigen Längenlinien EF, FG, HD feſtgelegt werden; in der vierten bleiben alſo nebſt den eignen zwiſchen A und E, noch die gemeinſchaftlichen E, F, G, H zum Feſtlegen übrig.

§. 62.

Für die erſte dieſer Unterabtheilungen fand man den innern Winkel an E = 76° 26′, den an F =

22° 4′, und die Längenlinie EF = 4916,22 F.; für die zweyte den innern Winkel an E = 27° 11′, den an G = 4° 53′, und die Längenlinie FG = 3808,98 F.; endlich für die dritte den innern Winkel an H = 111° 26′, den an D = 34° 2′, und die Längenlinie HD = 7133,54 F. Hieraus ergaben ſich in der vierten Unterabtheilung die Winkel an E zu 144°27′, an F zu 167°, an G zu 180° 12′, und an H zu 134° 20′, und wieder aus dieſen und denen zwiſchen A und E, der Winkel an A zu 53° 17′, an D zu 44° 16′, und die Längenlinie AD zu 17492,61′ F.

§. 63.

Eigentlich und nach der Theorie ſollten die jedesmaligen Endpunkte dieſer Unterabtheilungen ganz und gar keine Breite haben; allein nach der Rechnung erhielt der Punkt F in der erſten Unterabtheilung + 0, 13, der Punkt G in der zweyten — 0, 65, der Punkt D in der dritten + 5, 36, und eben derſelbe in der vierten — 3, 78 zur Breite. — Es iſt zu merken, daß das Zeichen (+) die Lage der Breiten forſtauswärts gegen die Gränze, das Zeichen (—) aber die Lage forſteinwärts gegen C bedeute.

§. 64.

Der zweyte Diſtrikt ließ ſich als ein Vieleck von 23 Seiten leicht auf einmal berechnen, welches in der Richtung von D nach B geſchah, wobey ſich der innere Winkel an D zu 23° 19′, der an B zu 51° 55′, die Längenlinie DB zu 18966, 62 F., endlich die Breite des Punktes B zu + 3, 25 F. ergab.

§. 65.

§. 65.

Die Richtigkeit der, für AD und DB gefundenen Zahlen zu prüfen, berechnete man nun eben dieſe Linien trigonometriſch aus den, an C gemeſſenen Winkeln, und den ſie einſchlieſſenden Seiten CA, CD, CB, und fand AD = 17452,98, DB = 18960,79 F. Daher ergiebt ſich in Anſehung der Linie AD eine Differenz von 39,63, in Anſehung der Linie DB aber eine von 5,83 F. in ihren auf doppelte Weiſe gefundenen Werthen. Natürlicher Weiſe gebührte den trigonometriſch gefundenen Werthen dieſer Linien der Vorzug; daher vertheilte man die gefundenen Differenzen, als die Summen begangener kleiner Fehler verhältnißmäßig unter die Längetheile von AD und DB, um aus den verbeſſerten Längetheilen auch verbeſſerte Längen zu erhalten. Eben ſo vertheilte man auch die berechneten Breiten der Endpunkte, als Summen begangener kleiner Fehler, unter die Breitetheile, und erhielt durch derſelben neue Zuſammenſetzung auch verbeſſerte Breiten. Auf dieſe Weiſe bekamen die, mit den Markſteinen zuſammengehörigen Längen und Breiten alle eine angemeſſene Verbeſſerung; doch wo die zu machende Verbeſſerung von geringem oder faſt gar keinem Belange war, begnügte man ſich dieſelbe nur an den letztern anzubringen. — Die Tabelle der Verbeſſerungen, welche zugleich zur völlig genauen Auftragung der ganzen Figur dienlich iſt, erläutert dieß alles zur Genüge.

§. 66.

Natürlich hat die, an den zuſammengehörigen Längen und Breiten vorgenommene Verbeſſerung Einfluß auf

die Lage der Gränz- oder Eckpunkte der Figur an ihrer gemeinſchaftlichen Längenlinie, und damit auch auf die Entfernung des einen von dem andern, was in Anſehung der Linien EF, FG, HD, welche aus den verbeſſerten Länge- und Breitetheilen neu berechnet worden, die Tabelle der Verbeſſerungen deutlich anzeigt. Allein theils iſt dieſer Einfluß ganz unbeträchtlich, theils, inſofern die merklichere Verrückung der Markſteine, Verbeſſerung eingeſchlichener, unmerklicher Fehler iſt, nothwendig und unſern Abſichten gemäß, was von Nummer 87 bis 168 auch meiſtens der Fall war, wo, wegen der ungünſtigen Lage des Bodens, Winkel und Linien nicht ſo genau als auf Ebenen gemeſſen werden konnten. Und ſo fiel auch umgekehrt in dem zweyten Diſtrikte, wo die unmittelbare Meſſung der Winkel und Linien durch nichts erſchwert, und unſicher gemacht worden, ſo klein aus, daß ſie, ſelbſt an der längſten Gränzlinie zwiſchen Nummer 182 und 183 nur eine Veränderung von 1, 16 F. zu bewirken vermochte.

Berechnung des Inhaltes.

§. 67.

Die mit jedem Gränz- oder Eckpunkte zuſammengehörigen Längen und Breiten, benutzte man aber nicht allein mehr Richtigkeit in die Zeichnung zu bringen, und ſich des Schluſſes der Figur ohnfehlbar zu verſichern; ſondern bediente ſich derſelben auch den Inhalt der Figur auf die möglich richtigſte Weiſe zu berechnen. Daher hoffet man dem Leſer auch dadurch gefällig zu werden, daß man in der Tabelle

der

der Verbeſſerungen auch der Berechnung des Inhaltes eine Rubrik wiedmete. Man erhält, wie bekannt, denſelben ſtückweiſe, indem man jedes Paar Breiten, welche je zweyen nächſten Gränzpunkten zugehören, mit dem halben dazwiſchen liegenden Längetheile multiplicirt, und die erhaltenen Produkte, welche, nach Beſchaffenheit des, als Faktor in Rechnung kommenden Längetheils, bald poſitiv, bald negativ ſind, in eine algebraiſche Summe bringt.

§. 68.

Hätte man es ſich ſchon nicht zum Geſetze gemacht, nach Möglichkeit Raum und Köſten zu ſparen, ſo würde dennoch das, was bereits geſagt, und noch deutlicher in der Tabelle vorgeſtellet worden, dem denkenden Manne von Metier genügen, ſich mit der eben vorgetragenen Methode ſo bekannt zu machen, als er es, um ſelbe in jedem andern Falle ſchicklich anwenden zu können, nöthig hätte. Allein da man in dieſer Schrift bereits ſchon einen Theil der Arbeit niedergelegt hat, welche mit der Zeit für einen oder den andern Intereſſe haben dürfte, ſo wollte man von dem andern wenigſt das letzte Reſultat der Inhaltsberechnung mittheilen.

§. 69.

Man verfuhr mit dem zweyten Revier ganz ſo, wie mit dem erſten. Zu beyden Seiten des verlängerten Eglhardinger Hauptgeräumtes wurden wieder durch berechnete Diagonalen zwey Stücke abgeſchnitten; das dazwiſchen liegende Dreyeck vollendete mit dem Dreyecke ADB das Viereck, welches zur Grundfigur

an-

angenommen worden. Dieſes Dreyeck wird (Fig. 16.) durch AB vorgeſtellt. Man fand den Inhalt dieſes Dreyeckes aus der gemeſſenen Seite AB, uud den berechneten, AF zu 19533,03 F., und BI zu 20881,17 F. auf ſonſt gewöhnliche Weiſe, den der beyden Abſchnitte aber polygonometriſch, und in Summe den dieſes und des erſtern Reviers = 14363$\frac{5}{8}$ M. 1175 Q. F.

Meſſung des Details.

§. 70.

Es ſind zwar nicht alle Diſtrikte, Klaſſen, Parthien u. ſ. w. welche das Detail einer Waldung ausmachen, oder doch nicht allenthalben, mit geraden Linien begränzet: allein da es hier auf ein kleines Mehr oder Weniger nicht ankömmt, zu ängſtliche Kopirung aufhält, und doch um das nicht näher zum Ziele führt, auch entgegengeſetzte Fehler ſich gröſtentheils aufheben; ſo begnüget man ſich ihre Gränzen durchgängig als gebrochene Linien zu betrachten. Daher haben wir auch hier nur mit geradlinigen Figuren zu thun; und es müſſen wieder Linien und Winkel, aber letztere mit andern Werkzeugen, und auf andere Weiſe, gemeſſen werden.

§. 71.

Es kömmt hier, ſchon vorläufig und vor aller Meſſung, ſehr viel auf eine richtige und zweckmäßige Beſtimmung der Gränzen jedes einzelnen Theiles einer Waldung, jedes Diſtriktes, jeder Klaſſe, Parthie u. ſ. w. an. Daher muß man die Straſſen, Holzwege, Alleen und Geräumte ausſuchen, welche zu Gränzen eines Diſtriktes dienen mögen, und im Falle, wo dieſe nicht hinlangten, auch künſtliche Gränzlinien durchhauen laſſen; doch mit dem wenigſten Holzaufwande, und, ſo viel es in anderer Hinſicht thunlich iſt, nach ſolchen Richtungen, daß ſie erweitert, nöthigen Falls auch zu Geräumten dienen mögen. Die Gränzen der

Klaſ-

Klaſſen, Parthien, Diviſionen und Subdiviſionen, der Blöſſen und leeren Schläge, und anderer nicht zum Holzboden gehöriger Plätze, ſind alle ſchon von der Natur, wenigſt für das geübte Aug des Forſtmannes, mit hinlänglicher Deutlichkeit vorgezeichnet.

§. 72.

Ich ziehe bey Meſſung der Diſtrikte, der Klaſſen und Parthien, auch der leeren Schläge und Blößen, und alles deſſen, was nicht zum Holzboden gehörig iſt, den Tiſch vor. So verwerflich einigen bey Meſſung des Umfanges der Tiſch ſcheint; ſo verwerflich hinwieder ſcheinen mir, mit Einſchluß der Bouſſole, alle Winkelmeſſer bey Meſſung des Details. Nicht nur halten ſie ſehr auf, erſchweren und verdoppeln dem Forſtmeſſer die Arbeit zu Hauſe und im Walde, ſondern gewähren noch obendrein, vornehmlich die Bouſſole, weil die Winkel nur mit dem Transporteur aufgetragen werden, ſehr wenig Richtigkeit.

§. 73.

Die Weiſe ſelbſt mit dem Tiſche zu arbeiten darf keinem Forſtmeſſer unbekannt ſeyn; ſie beſchränket ſich auf dieſe einzige

Aufgabe. Eine geradlinige Figur aufzunehmen.

I. Wenn man innerhalb der Figur aus einem Stande nach allen Winkelſpitzen hinmeſſen kann;

II. Wenn man nur am Umfange der Figur meſſen, aber doch ſie ganz überſehen kann;

III. Wenn man die Figur nicht überſehen, und nur am Umfange meſſen kann.

Auf dieſe drey Hauptfälle laſſen ſich die alle zurückführen, welche bey Meſſung des Details gewöhnlich vorkommen. Die Vermeſſung der leeren Schläge, Blößen u. ſ. w. iſt unter dem erſten, unter dem zweyten die Vermeſſung des jungen Anfluges oder Aufſchlages, und die Vermeſſung alles übrigen ältern Holzes, wenn nicht etwa wegen ſeines dünnen Beſtandes die Figur, theilweiſe und am Rande, überſehbar iſt, unter dem dritten Hauptfalle enthalten. Bey Vermeſſung eines Diſtriktes kommen öfters alle drey vor.

IV. Wenn man an dem Umfange der Figur nicht meſſen, aber ſie doch überſehen kann;

V. Wenn man an dem Umfange der Figur nicht meſſen, auch ſie nicht überſehen kann.

Dieſe beyden Fälle ereignen ſich ſelten; jener, wenn ein mit Sumpf umgebener Teich, und dieſer, wenn ein Erlenort mit Sumpf umgeben, in Grund gelegt werden ſoll.

§. 74.

Es iſt klar, daß die Auflöſung dieſer Aufgabe, nach Verſchiedenheit des Falles, bald leichter, bald härter, und auch bald mehr, bald weniger richtig ausfällt. Leicht und richtig iſt ſie, wenn die erſtern Fälle, mehr oder weniger unrichtig aber, wenn die letztern Fälle zu bearbeiten ſind, ſofern man nicht die gewöhnlichen Kunſtgriffe verläßt, und beſſere ſich wählt. Für den erſten Fall iſt die Auflöſung der Aufgabe am leichteſten und richtigſten zugleich, da die Meſſung aus einem und demſelben Stande geſchieht, und die Fehler ſo an dem ganzen Umfange ſich vertheilen, daß ſie

nirgends durch ihre Anhäufung ſo leicht merklich werden. In dem zweyten Falle häufen ſich die Fehler ſchon mehr; doch kann man ſie entdecken, auch hinlänglich ſich dagegen verwahren, wenn man jeden Eckpunkt nicht nur durch die gemeſſene, ſondern noch durch eine andere ungemeſſene Viſirlinie beſtimmt, und ſo von Stelle zu Stelle ſich prüft. Im dritten Falle findet wegen der Unüberſehbarkeit der Figur dieſe Art der Prüfung nicht Statt; und es übriget kein anderes Mittel der Anhäufung unvermeidlicher Fehler vorzubeugen, oder auch vermeidliche frühe genug zu entdecken, als das, was in dem Gebrauche ſchicklich gewählter Richtpunkte, innerhalb oder außerhalb der Figur, beſteht. Es iſt dieſes Prüfungsmittel theils ſo nothwendig, theils ſo das einzige, daß wo ſich nicht ſchon Gegenſtände vorfinden, welche zu Richtpunkten taugen, es zuweilen der Mühe lohnt, ſelbſt ſolche ſich ſetzen zu laſſen; weil damit der gewiß ſehr wichtige Vortheil verbunden iſt, daß man dann nicht alle Seitenlinien zu meſſen nöthig hat. Weil in dem vierten Falle die Figur aus einer Standlinie aufgenommen wird, iſt die Gefahr zu fehlen wieder nicht von Belange. Endlich in dem fünften Falle iſt es rathſam, um beträchtliche Fehler zu vermeiden, daß die aneinander hangenden Standlinien trigonometriſch, die Seitenlinien der Figur ſelbſt aber, nach der **Auerſchen** Methode, geometriſch feſtgelegt werden.

§. 75.

Die ſchickliche Auswahl, Ordnung und Vermengung dieſer Methoden in ihrer Anwendung iſt ganz die Sache des Forſtmeſſers; er muß wählen, ordnen und

men-

mengen, wie es der Zweck ſeiner jedesmaligen Arbeiten fordert. Indem er aber die gegenwärtige Arbeit auf die möglich beſte Weiſe verrichtet, muß er ſich zugleich zu der nächſtfolgenden vorbereiten, um deſto leichter, und ohne Zeitverluſt die aufzunehmenden Theile in ihre gehörige Lage bringen zu können. Daher ſoll er ſchon am Umfange der Waldung aus jedem Stande ſich in das Innere derſelben hinein zu arbeiten ſuchen, und zu dem Ende alle Stellen bemerken, in welchen die Gränzlinie von Straſſen, Holzwegen, Alleen und Geräumten, auch andern Theilungslinien geſchnitten wird. Thut er dieß auch, indem er einen Diſtrikt nach dem andern aus dem Umfange vermißt, legt er aus jedem Stande die Durchſchnittspunkte der Theilungslinien mit dem Umfange, zum Theil auch ihre Richtungen, und ſelbſt ihre Längen feſt; ſo nähert er ſich allmählig dem Ziele, das Detail wächſt unter der Hand, und die Theile erhalten alle die gehörige Lage und Verbindung.

§. 76.

Noch haben wir nichts von Vermeſſung der Diviſionen und Subdiviſionen geſagt. Denn da die Beſtimmung dieſer Theile nur die Sache des Taxators iſt, und ſeyn kann, ſo konnten ſie kein Gegenſtand dieſer erſten Meſſung ſeyn, und daher von dem Forſtmeſſer auch noch nicht in Plan gelegt werden. Allein, iſt einmal die bisherige Meſſung in das Reine gebracht, von der Kammer genehmiget, und die Taxirung beſchloſſen worden; dann kömmt die Reihe auch an dieſes veränderliche, kleine Detail. Die Meſſung deſſel-

ben

ben wird füglich mit der Bouſſole, oder beſſer, wenigſt auf ebenem Lande, allein mit Kette und Stäben vorgenommen; weil dieſe Werkzeuge hinlängliche Richtigkeit gewähren, und durch die wiederhohlte Aufſtellung anderer Werkzeuge die Arbeit nur in die Länge würde gezogen werden.

§. 77.

Wegen der Zeichnung des Details habe ich nichts zu erinnern, und wegen der Berechnung deſſelben nur dieſes einzige, daß die Inhalte der einzeln berechneten größern Theile, nach dem Inhalte des Ganzen, und wieder die Inhalte der kleinern Theile nach dem des größern verbeſſert werden ſollen, damit alle kleine Theile dem zugehörigen groſſen, und alle groſſe Theile dem Ganzen gleich ſeyen.

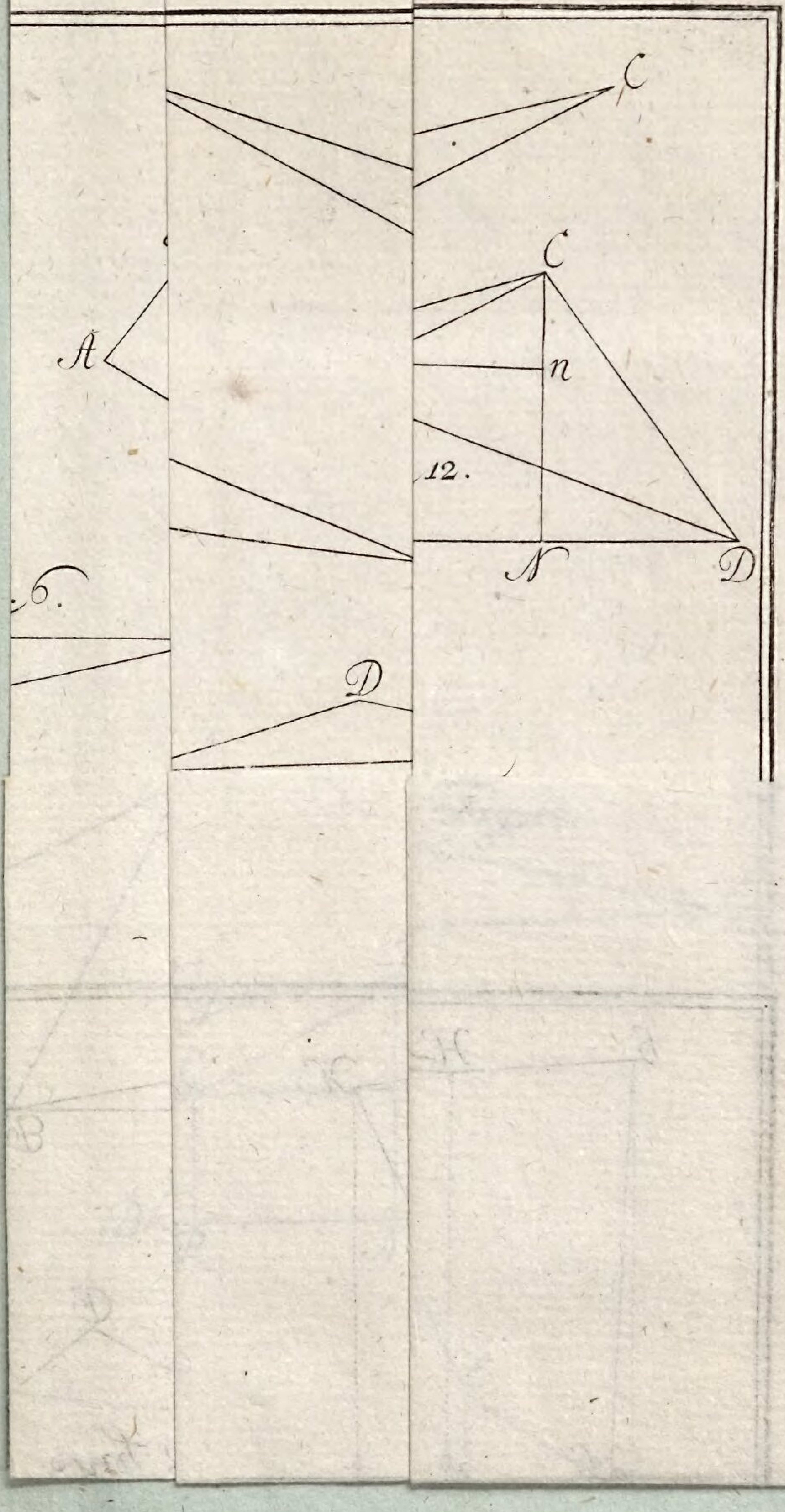
§. 78.

Kleinere und größere Lücken, welche in dieſem Unterrichte gelaſſen worden — gelaſſen werden mußten — mag ſich der Anfänger in der Forſtmeßkunſt, ſelbſt ausfüllen, durch fleißiges Leſen ſowohl der beſten Lehrbücher dieſer Art, als des in ſeinem Lande geſetzlichen Meßunterrichtes.

S. 3. Z. 2. von unten lies, des Ganzen, ſtatt der Gränzen.

Tab. 2.

Kurfürstl. Forstrevier Eglharding
Forstrevier Anzing
Hofmarz Ebersbergische Unterthans Gehölze nach Vorder u. Hinter Egglburg dann Forst u. Kirchsion gehörig
Hofm. Rieder'ingische Gehölze
Riedering
Eglharding wo auch eine Salzniederlage sich befindet
Forsthaus
Neukirchen
Pöring
Dritte Unterabtheilung
Zweite Unterabtheilung
Erste Unterabtheilung
Vierte Unterabtheilung des ersten Abschnitts
Zweyter Abschnitt
Gehölze
Fig. 15.
Fig. 16.
Ebersberger Gemeinde Waldung
Das Eglhardin-ger Haupt Geräumt
Das Ebersberger Am Preysing Stern oder Sagwinkel Geräumt
Eustachs Säule
Pöringer
Ingelsperger u. Wifelsinger Felder
Pöringer Felder
Der halbe Baierl. Fuss zu 9000 Theilen
Ant. Fischer Sc. Mon.


C
C
A
n
12.
6.
N
D
D

22 Kr

Däzel, G. A.,

Über die zweckmäßigste und zuverläßigste Methode grosse Waldungen zu messen, zu zeichnen und zu berechnen

München 1799

Bamberg, Staatsbibliothek -- R.s.v.o.21
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11766240-8
VD18 11390212